

2015 年度 卒業プロジェクト

Embodied Mathematics
through Digital Fabrication Experience

對馬 尚

慶應義塾大学環境情報学部

学籍番号 71075231

要旨

一般に、数学の研究は数式やコンピュータを用いて、物理的な世界と切り離された抽象的なレベルで行われる。基本的な仮定（公理）を基に形式的アプローチをとることで、曖昧さのない普遍的な思考をするためだ。しかし、人間の認知や身体的な感覚を伴わない抽象的な方法だけでは、理解が十分ではないこともある。

例えば、図形や空間を研究する幾何学では、定規とコンパスを形式化した公理では解けなかった問題が、折り紙公理の発見により、折り紙を使った操作で解けることが分かっている。折り紙の数学の分野は、実際に紙を折る物理的な体験から発想が得られることも多く、これが折り紙公理の発見に影響していると言える。つまり折り紙を使うことは、幾何学の理解を助けることもあり、数学以外の分野に応用できる可能性もあり、また折り紙公理によって公理的な数学に寄与するものでもある。折り紙以外にも、具体的な物を作るなどの体験を通した幾何学の理解が数学にとって重要であることを、デビッド・W・ヘンダーソンとダイナ・タイミナは『体験する幾何学』の中で述べている。

したがって、抽象的な数学の世界と身体的な経験を繋ぐインターフェースとしての幾何学の力を応用し、かつ、幾何学を物質と結びつけて実体化するための新しい技術である、デジタル・ファブリケーションの体験を通して、これまでにはなかった深い理解や新しい発見や工法をもたらすための幾何学的体系を提案する。

この卒業プロジェクトは、大学時代に行った2つの実践をまとめたものである。第一に、紙等のモジュールで多面体を造形するシステム「Paohedra」を制作した。Paohedraは同じ大きさ、同じ形のモジュールを組むことで、稜辺の長さが同じどんな多面体も作ることができる。実際に触って組んでみることで多面体がどのように成立するか理解することに有用である。また、硬い素材を用いることで耐久性が必要となるものの製造にも応用できると考えられる。

第二に、かぎ針編みによって極小曲面を造形することでプラトーの問題を解く実践を行った。かぎ針編みは、線織面に限らずいかなる曲率をもつ曲面も造形することができ、任意の閉曲線が持つ最小の面積の曲面である極小曲面を造形することも可能である。かぎ針編みや棒針編みのようなスケーラブルな工法は、手芸のみならず建築や宇宙開発への応用も期待できると言える。

これら 2 つの実践からはそれぞれ新しい発見や工法についての可能性を見出すことができたが、幾何学にデジタル・ファブリケーションを用いることが単なる教育的な目的だけではなく、新しい数学のアプローチともなり得る可能性を、初期的に検討することができたといえる。

論文の構成は次の通りである。第 1 章では研究の動機と背景について随筆のような形式で綴る。第 2 章では 1 つ目の実践である Paohedra について述べる。第 3 章では 2 つ目の実践である極小曲面編みについて述べる。第 4 章では 2 つの実践の考察から、デジタル・ファブリケーションを通した数学の展開について思索する。第 5 章では筆者の SFC での研究について振り返り、本研究の展望を述べる。

キーワード：デジタル・ファブリケーション／数学教育／多面体／編み物／幾何学

目次

第1章 はじめに	1
1.1 数学のハンズオン展示	1
1.2 いつでも手を動かして学べる環境	3
1.3 SFC に入るときの目標	4
1.4 ブートストラッピング	5
1.5 FabLab へ	5
1.6 コンピュータとデジタル・ファブリケーション	6
1.7 幾何学と体験	7
1.8 数学することと作ること	7
1.9 作ることと学ぶこと	8
1.10 数学とデジタル・ファブリケーション	9
1.11 数学とものづくりに関する事例	9
1.11.1 Bridges	10
1.11.2 形の科学会	10
1.11.3 日本図学会	10
1.11.4 折り紙の科学国際会議	11
1.11.5 数学体験館	11
1.11.6 The Institute For Figuring	11
1.11.7 日本テセレーションデザイン協会	12
1.11.8 時枝正	12
1.11.9 「前川淳 折り紙&かたち散歩」	12
1.11.10 Akira Nishihara「Geometric Toy」	13
第2章 実践 1: Paohedra	14
2.1 多面体を作ることの背景	14
2.2 多面体とデジタル・ファブリケーション	15
2.3 Paohedra の関連事例	15
2.3.1 ユニット折り紙	15

2.3.2	IQLight.....	15
2.3.3	Slide-Together.....	16
2.3.4	Wammy, Knüpfli.....	16
2.4	Paohedra の設計	17
2.4.1	正六角形モジュールの設計と立体造形の試作.....	17
2.4.2	正六角形モジュールの改善	18
2.5	Paohedra による造形.....	19
2.5.1	モジュールを折り曲げる造形.....	19
2.5.2	モジュールを折り曲げない造形.....	28
2.5.3	硬い素材での造形.....	29
2.5.4	Parametric Paohedra	29
2.6	Paohedra の考察とまとめ	31
第 3 章	実践 2: 極小曲面編み.....	32
3.1	編み物と数学の研究の動機.....	32
3.2	編み物の背景.....	33
3.2.1	「編む」とは	33
3.2.2	繊維とは	33
3.2.3	繊維の数学	エラー! ブックマークが定義されていません。
3.2.4	編み・織り・結び.....	35
3.2.5	編みの種類	37
3.3	かぎ針編みの実践.....	40
3.3.2	かぎ針編みの目の増やし方と形の対応に関する考察	40
3.3.2	平面の円の目数の増やし方	41
3.4	機械編みの実践.....	45
3.5	極小曲面編みについて	46
3.6	極小曲面とは.....	エラー! ブックマークが定義されていません。
3.7	実験.....	エラー! ブックマークが定義されていません。
3.7.1	多面体のグラフ化と始点・終点の決定	47
3.7.2	経路の設計	47
3.7.3	かぎ針編みでの造形.....	48

3.7.4 張力をかけて編む.....	48
3.8 その他の極小曲面編みの造形作品	49
3.9 考察	53
第4章 体験的数学とデジタル・ファブリケーションの展望	54
4.1 2つの実践の考察	54
4.2 数学とデジタル・ファブリケーションに必要なこと	54
第5章 おわりに	エラー! ブックマークが定義されていません。
参考文献	55
研究業績	58
謝辞	59
付録	62

第1章 はじめに

1.1 数学のハンズオン展示

2015年8月、第11回世界ファブラボ会議「Fab11」への参加と「Boston Fab Fest」での展示のためアメリカを訪れた。世界の FabLab 関係者や、ボストンの地域でものづくりをする人々との交流は刺激的だった。私が幾何学的な物体をつくっていることにより興味を持ってくれる人、驚く人、褒めてくれる人、買いたいと言ってくれる人、体験して夢中になる人、アドバイスをくれる人がたくさんいた。

訪米の主目的であるイベントもさることながら、勉強のために訪れた博物館に大変感動した。ボストンにはボストン・チルドレンズ・ミュージアムという子供のための博物館がある。従来の博物館や美術館とは対比的に、子供が触ったり共に遊んだりできるインタラクティブな体験学習を促す「ハンズオン」型の展示（図1）を行っている。子供が遊びながら数学や科学に触れている光景があった。



図1 ボストン・チルドレンズ・ミュージアムのハンズオン展示

伝統的な博物館であるボストン科学博物館でも、展示によっては子供の理解が促進され興味を引き立てられるようなハンズオンの工夫が見られた。大型の科学博物館であるため数学のコーナーだけでも広く、オーソドックスな幾何学図形の他にも抽象的な数学

の概念に関する様々なオブジェや動く展示が並び、私の研究対象に関係する展示をみつけた時には嬉しかった。ところが、他のコーナーのハンズオン展示に子供が群がっているのに、数学コーナーをみているのはマニアックそうな人が少しいるくらいだった。第3章で説明するが、石鹸膜の実験で問題を解くプラトーの問題の展示（図2）はハンズオンというよりは、装置のボタンを押すとショーケース内のしかけが動くようになっているデモ展示で、結び目理論や組紐の展示（図3）に至ってはショーケース内のオブジェとキャプションを閲覧するのみであった。



図2 プラトーの問題の展示



図3 組紐問題や結び目理論の展示

帰国の前に訪れたニューヨークの国立数学博物館（MoMath）で体験したことは、この卒業プロジェクトに大きく関わっている。数学博物館は大きな博物館ではないが、インタラクティブな展示、ハンズオン展示がいくつもあった。さらに、そこにはデジタル工作機械が設置されていることに驚いた。レーザーカッター（図5）は展示室の中にある、FabLabのように来館者が使えるような制度こそなかったが、頻繁に稼働しているようだった。



図 5 MoMath のレーザーカッター

これらボストンやニューヨークの博物館では数学に関する展示やハンズオン型の展示を体験することができたが、日本にもハンズオン展示に力を入れる科学館や博物館は少なくない。それでも、これまでのハンズオンの体験学習はまだ十分ではなく、デジタル・ファブリケーションを通して深化させ、さらに学習の域を出て数学や工学の発展に還元できる余地があると感じた。では、なぜ数学の学習やものづくりに興味を持ち、そのような考えに至ったか、次節からこれまでの経緯を説明する。

1.2 いつでも手を動かして学べる環境

MoMath には第 2 章の実践とも関連する平面や立体の形に関するあらゆる物体やビジュアルの展示がある中、この博物館で何よりも印象深かったのは、音楽理論に触れるようにした作品だった。一つは拍や拍子の概念をインタラクティブな装置にして体験できるようにしてある展示であった。もう一つは楽典で確立されている和音の転回の規則を表したインタラクティブ装置（図 7）で、3 次元空間内に和音を配置され回転可能な和音同士が繋がれていることで、1 つの和音を触ると次にどの和音に転回できるか掴むことができ、和声全体の仕組みが直感的に理解できるような展示であった。



図6 Rhythms of Life



図7 HARMONY of the SPHERES

音楽と数学あるいは算数の関係性については幼い頃から体感してきた。小学校では大抵いつも音楽室が開かれていて、どの楽器も自由に触って良いという環境があった。音楽に親しむことで、分数は拍の概念を通して、相似と比例は音程の概念を通して身体感覚を通して学ぶことができた。

音楽室へ行かない日は図工室に籠もった。図工室にはフリーの材料や工具、卓上糸鋸や釜などの工作機械が揃っており、ひたすら思いついた図形や多面体を作って遊んでいた。音楽室や図工室がオープンで、いつでも手を動かして物をいじって実践や実験ができる環境にいられるのは幸せなことだった。

1.3 SFC に入るとき目標

中学、高校と進学し音楽室も美術室もオープンではない環境にいるといつの間にか音楽やものづくりから離れ、生徒の殆どが英語好きで数学嫌いの高校にいたことがきっかけで、数学の必要性や歴史に興味を持った。数学や幾何学の歴史について調べ、ドイツの古い教会や奈良の寺を訪れた際に、どちらの建築も数理曲線を用いて設計されていると推測した体験から、「数学は宗教や文化に依存しないグローバルな人間の言語である」と言えると実感した。そして数学教育のための媒体やものをつくりたいと宣言して慶應義塾大学湘南藤沢キャンパス（SFC）に入学した。

1.4 ブートストラッピング

SFC に入学し、1 年目には認知科学や認知心理学の研究会に所属した。人がどのように数の概念や科学的な思考を発達させるか、どうすれば数学の学習に積極的に取り組めるかについて勉強したかったからだ。

特によく議論したのは、子供が思考や言語を発達させる段階にみられる「ブートストラッピング」という現象についてだ。ブートストラッピングは「ほらふき男爵」の物語の中で男爵が自分自身のブーツのつまみ（ブートストラップ）を引っ張り上げることで底なし沼を脱出した話を元に、自分自身で自分を引っ張り上げることの比喻だ。統計学やコンピュータの用語としても使われるが、認知科学において Susan Carey (2004) は次のように意味付ける。子供は言語を学ぶことによってそれまでになかった全く新しい概念などの認知機能を構築させることができるが、同様に認知の土台によって新たな言語の発達を助けることがある。言語と認知はどちらが必ず先ということはなく、双方向的に影響を与え合う関係にあり、これをブートストラッピングと呼ぶ。

このような現象は子供に限ったことではなく、一般に人が研究をしたり、学習したり、制作を洗練させたりする過程にも言えることだと考えられる。ものづくりの研究をする際には関連知識や理論の調査も、実験や実装も必要だが、全く新しいことをする際にはどちらが先といった順序を組み立ててから進めるというよりは、どちらも並行的に行うことで双方向の影響で発展していく。既に経験したことの延長ならばインプットとアウトプット、論理と直感、理論と結果、目的と手段といったことを区別した最適な順序が組み立てられることがあるが、それまでに無いタイプの問題を解決する試行錯誤をする時ほど、ブートストラッピングによるブレークスルーが必要となるだろう。

1.5 FabLab へ

ブートストラッピングを一例とするような有用な概念を得ても、認知科学の勉強や研究に半年で行き詰まってしまった。それこそ自分にとっては概念の入力ばかりで、出力の少ない学習だけでは限界を感じたからである。さらに、その時点では、人の発達について実験したり分析したりするための物理的な装置や道具を環境的にも能力的にも自分では作ることさえできなかったことも大きな理由だ。

そういう壁を破るために、デジタル・ファブリケーションとそこに集まる人々の力によって「(ほぼ)なんでもつくれる」という FabLab は最適だった。小学校の図工室や音

楽室のようにいつでも手を動かして学べる環境は、まさに、ブートストラッピングを引き起こす環境だったのだ。また、デザインや作品制作の目的だけではなく研究のために実験装置をつくれるようになることを考えてもデジタル・ファブリケーションの力は強力であると判断し、FabLab の実践を通してデジタル・ファブリケーションの研究ができる田中浩也研究会への参加を決めた。

1.6 コンピュータとデジタル・ファブリケーション

田中浩也研究会に所属してからは、まずコンピューテーショナル・ファブリケーション・グループ (CFG) というプロジェクト (図 8) に関わった。コンピュータ・グラフィックス (CG) ではコンピュータを用いてディスプレイ等の機器で表示する画像や映像を作成・処理するが、コンピューテーショナル・ファブリケーションではコンピュータによる力で設計・処理した形を実際につくる (ファブリケートする) 際の方法や問題を扱う。こうした試みでは、自然界の物理的現象と、そこから抽出され数学に蓄積された知識とを行き来するための仲介として、幾何学やその概念をコンピュータで扱えるようにした計算幾何学の体系が重要な役割を果たす。

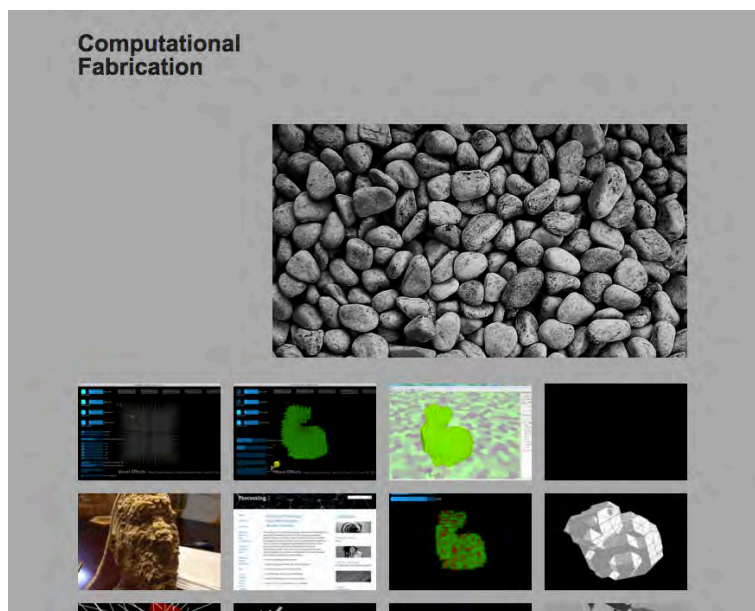


図 8 CFG の Web サイト

<http://cfg.sfc.keio.ac.jp/>

1.7 幾何学と体験

幾何学は図形や空間の研究を行う数学の 1 分野であるが、抽象的な世界だけでなく、人が物理的な世界を理解し処理する際にも用いることのできる道具だ。『数学する身体』で森田真生は、人が視覚や触覚などの身体感覚で物の形などを認識する認知機能と、幾何学や数学の体系は密接な関係にあることを数学の歴史と共に説明する。

学校教育の数学科では数式と計算が中心になっており、多くの一般の人にとっては数学とは数式と計算のことであるというイメージが強い。数式と計算を重視する傾向は近代の西欧数学が基になっているが、記号や式といった形式すらまだもっていなかった古代ギリシアでの数学には幾何学は作図をおこなう行為そのものが証明のプロセスとされていたという。そういった身体での行為や直観のような要素を含んでいた西欧数学の方法は、インドやアラビアの代数的な考え方の影響を受けながら徐々に人間の直感や身体的体験から切り離され一般化、形式化が進んだ。

形式的なアプローチをとることで曖昧さやメタ数学的な議論を排除した「形式主義（公理主義）」を唱えたダフィット・ヒルベルトは、現代数学の基盤を築いた。形式主義を基にして、アラン・チューリングはデジタル・コンピュータによる数学の基礎を築いた。形式主義の数学もデジタル・コンピュータも今現在多くの人が研究・実用する対象となっており、数学に大きく貢献してきたことは確かである。しかしチューリングは、形式主義の目指す方向の延長にあった人工知能をつくるには、形式的なアプローチのみでは十分ではないことも理解し、機械に感覚器官などの人間の身体にある物理的な機能を設けることの可能性について言及している。

デビット・W・ヘンダーソンとダイナ・タイミナによる『体験する幾何学』では、ヒルベルトが「意味付けは数学にとって重要であり、幾何学はその意味付けにとって重要な源泉である」と述べたことについて言及されている。これに加えて、「人々が数学とは閉じた系であるとして、狭い状況へと持ち込むことに過剰になっている」という現状に対して、形式的とは言えないような、幾何学的経験をすることの重要性を投げかけている。

1.8 数学することと作ること

身体を通した体験と、物と、数学とをつなぐ幾何学をより強力にするために、物を作

ったり壊したりいじりながら考えることが重要である。『体験する幾何学』では、第3章の極小曲面編みと関わりの深い双曲面の編み物を代表として、様々な作る体験を通して幾何学が紹介されている。こういった幾何学的な体験が、初学者の導入や理解に留まらず、数学の様々なレベルに対する威力をもつとヘンダーソンらは主張する。

物を作る幾何学の体験には、デジタル・ファブリケーションを用いることが非常に強力な手段である。なぜならば、デジタル・ファブリケーションに使われるデジタル工作機械は、ハサミやハンマーといったハンドツールや手で制御する手動制御の工作機械とは異なり、コンピュータや幾何学で扱えるデジタル・データを高い再現性で物質に出力することができるからである。また、デジタル・ファブリケーションは、デジタル工作機械を使わなくても広い意味でデジタル・データを物質化することと言える。編み物の研究ではデジタル工作機械を用いていなくても、編み目のデジタルな設計データを物質化しているという点で、幾何学と物理的体験を結びつけるデジタル・ファブリケーションに当たる。

1.9 作ることと学ぶこと

Sylvia Libow Martinez と Gary Stager の『作ることと学ぶ——Maker を育てる新しい教育のメソッド』は、ものづくりこそが学びの本質であると主張する。ここで言われるものづくりや学びとは、設計や技術の知識を教わって覚えるといった知識の入力のことではなく、自分で物をいじくりまわすこと（ティンカリング）の体験である。この考えは、アメリカを中心に STEM（science, technology, engineering, math）教育の改革に導入されている手を動かして学ぶことの重要性についての議論とも重なっている。

この本は、数学者で発達心理学者のシーモア・パパートの考え方を核として、実践や方法をまとめたものである。パパートが影響を受けた心理学者ジャン・ピアジェは、学習者が環境との相互作用の中で主体的に知識を構成するという考え方から「構成主義」を唱えた。これに対してパパートは、学習者が知識を外化した人工物を構築することが学習にとって重要であるとする「構築主義」を提唱した。

パパートは「LOGO」というプログラミング言語を作り、子どもたちが画面上の亀を動かすためのプログラミング作業に夢中になることで、幾何学図形の性質やコンピュータの性質などの新しい概念を形成することを支援した。このように、物を自分で動かしたり作ったりする体験が学習や新しい概念の形成を促すことが提唱されてきた。また、

これが子供の段階での学習だけでなく、大人の学びや高等教育以上の学習や研究においても同様であることが言及されている。

1.10 数学とデジタル・ファブリケーション

前節までのように、数学とデジタル・ファブリケーションの研究は、幾何学の力を以って物をつくることと、デジタル・ファブリケーションの力を幾何学にあてがうことの両方向を意識しながら遂行する研究と私は位置づけ、研究を行ってきた。

研究会ではさらに、最初の学期から個人プロジェクトに従事し、編み物をテーマにして数学とデジタル・ファブリケーションのあらゆる実践を行った。このテーマを卒業まで続け、最も注力したのが極小曲面編みに関する試みであり、これらは第4章で詳しく述べる。

研究の主テーマは編み物であったが、研究室参加1年目の学生が必ず取り組む「Intro to FabLab」というトレーニングカリキュラムや、関連する授業においてもデジタル工作機械を使って幾何学に関する制作をした。こうした取り組みの中から同じ形の紙のモジュールで多面体をつくる実践の中から「Paohedra」という方式を発案した。これは第2章で述べることにする。

以上の経緯で、数学とデジタル・ファブリケーションに関してあらゆる方向の可能性を維持したまま、手を動かしたり考えたりしてきた。特定の目的を定めるという行為は手段でもあるから、必ずしも目的や順序という概念にこだわることはないと言える。故に、物理的な物を作りながら数学と向き合うことが、既存の数学を理解するという教育としての目的や、既存のものづくりに数理的なエッセンスや装飾を加えるといった範疇に留まらない、オルタナティブな数学のあり方を見いだすに至った。

1.11 数学とものづくりに関する事例

世界には、数学とデジタル・ファブリケーションに深く関わる「数学とアート」「もののかたちと数理」「体験する数学」などに注力する人々が存在し、個人や学会などのコミュニティで研究や発表、展示などを行っている。特に関連が深いと考えられるものについて説明する。

1.11.1 Bridges

Bridges は 1998 年より毎年世界各地で開催されている、数学とアートをテーマにした世界最大の学際的な会議である。この会議では数学に関する形や概念を実際に見たり触ったり聴いたりできるようにした様々な作品が披露されるが、一つの特定の目的があるわけではない。数学者、科学者、アーティスト、教育者、ミュージシャン、作家、計算機科学者、彫刻家、ダンサー、織工職人等が一堂に会し、ジャンルを超えた交流を通して、個々の活動をさらに発展させることを目指している。Bridges では、第 2 章で紹介する Slide-Together のように初等教育などへの応用や、鑑賞作品や装飾として紹介される作品も多いが、こういった実践は紹介者が意図した例にとどまらず、広く数学や他の分野に寄与することが考えられる。

1.11.2 形の科学会

形の科学会は、研究対象で分類される従来の科学の枠組みを越えて「形」という概念を中心とした学際的な科学の確立をめざしている日本国内の学会である。結晶の形、コンクリートや合金内部の立体構造、球の充填構造、地形の形成等、生物、体内の器官、都市や地域などのような社会構造など、機能と形が密接に関係していることについての議論が行われている。幾何学とは少し異なる具体的なレベルで形を扱うこの分野は、数学の知識と影響し合っている。この分野には今後デジタル・ファブリケーションが力を発揮できると考えられる。数学とデジタル・ファブリケーションによってこの分野に新しい発想をもたらしたり、この分野での科学的な知見がデジタル・ファブリケーションを通して数学に発想をもたらしたりできるのではないかなと言える。

1.11.3 日本図学会

日本図学会は、発足時には理工学の分野で設計をするための図法の幾何学を扱う図学の研究を目的としたが、後に芸術や美術における画法や造形、図形及びその応用に関するあらゆる分野やその教育を包括することを掲げた。現在では計算幾何学に関する研究やデジタル・ファブリケーションに関わる研究の報告がみられる。

日本図学会で発表された村松俊夫による「幾何学から発想される立体造形の研究」とこれに関連する研究では、幾何学図形であるスフェリコンという形を遊具に展開している。この遊具は、中に入って身体で体感できる幾何学を実現できている点で、この卒業

プロジェクトとの関連が深い。

1.11.4 折り紙の科学国際会議

紙を折り曲げる芸術である折り紙に対しては、様々な数学的研究が行われてきた。過去には初等幾何学などの応用例と見られがちなこともあったが、角の三等分などが可能である「折り紙幾何学」という分野の発見や、創作折り紙の分野で「設計」と呼ばれる、完成形を想定して折り方を得る逆問題として捉える手法、コンピュータの応用、また離散数学の研究対象としてなど、広く研究されている。1989 年より折り紙の科学国際会議が開かれている。折り紙には、数学よりもっと広い科学分野（構造力学など）の応用がある。折り紙の科学の研究には、しばしばカッティングプロッタやレーザーカッターなどのデジタル・ファブリケーションのツールが使われ、デジタル・ファブリケーションの技術が有用であることがわかる。

「折り紙公理」の発見によって、研究が盛んになった折り紙のように、今はまだ初等幾何学の応用とみられているような数学とものづくりの活動が、今後大きな発見に繋がる可能性はある。そのためにも、デジタル・ファブリケーションによって試行錯誤をする体験が重要である。

1.11.5 数学体験館

数学者の秋山仁が館長を勤める数学体験館は 2013 年に設立された。小学校から大学までに学ぶ数学の概念や定理・公式をハンズオンで学べる作品が常設展示されている。また、館内にある「数学工房」では数学的な作品や教具を制作することができる。工作機械の整備された工房を備えている点でデジタル・ファブリケーション技術を備えた FabLab と共通している。これが体験的な学びやティンカリングを促す数学版 FabLab のような役割になっているのか、それとも FabLab のような役割を果たすためには足りない要素があるのかについては、今後調査すべきことだと考えている。

1.11.6 The Institute For Figuring

The Institute For Figuring は双曲面の編み物を広めたマーガレット・ワーザイムが率いる NPO である。その使命は、展示やワークショップ、講義、コミュニティーベースの参加型プロジェクトを含むイノベーティブな企画によって、科学や数学のテーマにつ

いての人々の理解に貢献することである。最も大きなプロジェクトは Crochet Coral Reef

1.11.7 日本テセレーションデザイン協会

日本テセレーションデザイン協会は図形の敷き詰め(テセレーション)を応用した新しいデザインを創作/研究するメンバーが集う団体である。国内外の研究集会等で展示/発表を通して、テセレーションの楽しさを広く啓蒙している。テセレーションの設計には計算的な作業が必要であるが、子供向けのワークショップでは、数理的で難解な仕組みの理解よりもまず触って作って体験することに重きをおいている。

テセレーションの作品はレーザーカッターで作成することにも向いており、デジタル・ファブリケーションで体験する数学に向いており、手軽に行えるものと言える。

1.11.8 時枝正

数学者の時枝正はおもちゃと応用数学について研究し、身の回りのものでおもちゃをつくることで、数学の難解な概念を理解したり深い考察をしたりすることについて様々な実践を発表している。

1.11.9 「前川淳 折り紙&かたち散歩」

折り紙研究者である前川淳のブログでは、折り紙を中心に人工物自然物問わず「もののかたち」についての観察や実践について書かれている。また、紐やストローや針金といった身近な材料を使って、物を作ることでの幾何学的な考察がされている。

例えば、針金を曲げて立方体の9辺の部分繋げた形を「九辺体」、正八面体のすべての辺を一筆書きに繋げた形を「正十二辺体」と命名した。これまでに名前のなかった形について名前を付けて他の多面体にも一般化可能であることや、離散数学との関連についても言及している。注目すべきは、「いままでわたしは、これらの曲線に関して頭の中で整理されておらず、ドラゴン曲線とヒルベルト曲線を混同していたこともあったが、針金細工体験により、それが整理された」と述べていることだ。針金細工の体験が、幾何学の理解や新しい幾何学問題の探索の助けになっていることを示していると言える。

1.11.10 Akira Nishihara「Geometric Toy」

Akira Nishihara は、誰でもつくることができる幾何学おもちゃや多面体おもちゃを創りだし、作り方や設計図を自身の Web サイトで公開している。FabLab 仙台では、この Web サイトで公開されている設計図を元に、レーザーカッターで幾何学パズルを作る者がいた。今後 FabLab のようなデジタル・ファブリケーションができる環境で人々が体験的に幾何学を行えるようにしたいと私は考えている。

第2章 実践 1: Paohedra

この章では、数学とデジタル・ファブリケーションの1つ目の実践である Paohedra について説明する。紙で多面体を造形するユニット折り紙やモジュラー切り紙と呼ばれるような手法がある。紙を折ったり組んだりすることで基本要素となる「モジュール」を作り、組み合わせていく。しかし、モジュールの種類が少ないほど、あるいは、モジュールを制作する工程を単純化するほど、造形できる立体図形は制限されてしまう手法が多い。この実践では紙を単純な平面図形で切り出しただけの1種類のモジュールで極力多くの造形表現が可能なモジュールの制作を目指した。結果的に1つの形に到達し、このモジュールを「Paohedra モジュール」、このモジュールによって立体図形を造形するシステムを「Paohedra」と名づけた。Paohedra では1つのモジュールを多面体における稜と対応させた形を造形できる。

本章では、多面体の研究に関する背景と紙のモジュールによる立体図形の造形方法や1種類のモジュールによる立体図形の造形の事例を述べる。次に、Paohedra のモジュールの設計のプロセスを解説する。最後に、実際に造形した作品を紹介し、考察を述べる。

モジュールについては、似た意味で使われる言葉として「ユニット」「コンポーネント」と言った表現があるが、英語圏で一般的であるモジュールと統一して記述する。

2.1 多面体を作ることの背景

多面体は、2000 年以上にわたって数学の研究対象の一つとなっており、多くの分野に貢献してきた。現在では、分子構造などの小さなスケールから建築などの大きなスケールまで、様々な応用がされている。

特に、すべての面が正多角形である一様多面体など、対称性の高いものは特別に扱われている。応用的な側面だけをみると、対称性の高い形は人の使う物や、重力のある空間における建築には適さない場合も少なくない。それでも多面体の作品作りや応用を試みる人々が現在も数多く存在する背景には宗教や思想あるいは嗜好的な動機が強く影響していると言え、そういった動機から大きな発見につながることもある。実際に、バックミンスター・フラーは思想的な背景を持ちながら研究に取り組み、ジオデシックド

ームやテンセグリティなどを発明し、多面体研究と建築技術に大きな寄与をした。重力の影響が低い宇宙空間では、対称的な多面体が役に立つこともある。一見合理的かわからないようなきっかけを含んでいても、見た目や触ったり作ったりする体験から多面体に魅了された人々によって、多面体の研究は数学や他の分野に貢献をしてきた。

2.2 多面体とデジタル・ファブリケーション

実際に具体的な物をつくって多面体の研究をする人は多い。Bridges で発表されている作品も、多くは多面体に関するものである。制作や試行錯誤のプロセスにはレーザーカッターなどのデジタル工作機械でモジュールを切り出して制作をすることも最近ではよくみられる。

大嶋泰介の『Computation and Fabrication of Soft wood objects』では、「2次元の部材を組み合わせによる、任意の凸多面体の設計・製造手法の提案」においてレーザーカッターが用いられている。対称性の高い多面体を作るには、同じ長さの辺の部材や同じ形の頂点部分のジョイント部材を合板などから切り出すことで、作ることができる。しかし、辺の長さや面の形を問わないどんな形の多面体もつくるとなると、多面体の性質をよく知った上で設計し、設計通りに部材を切り出す必要がある。このプロセスにデジタル・ファブリケーションの技術が役に立つ。今回作った Paohedra は、デジタル工作機械を使った試行錯誤の中で、安定した形をつくることができた。

2.3 Paohedra の関連事例

Paohedra に関連する事例について説明する。

2.3.1 ユニット折り紙

布施知子の「かめのこ^[1]」(図 n) のように、複数の紙のモジュールを組み合わせで立体図形を造形するユニット折り紙という体系がある。モジュールを製作する工程として、紙を極力切らずに折ることによって1つのモジュールを造形し、複数のモジュールを組むことで多面体を造形することができる。しかし、折る工程は紙を切る工程よりも複雑である場合が多いと言える。

2.3.2 IQLight

紙を切る工程を省くユニット折り紙に対して、折る工程を必要とせず、正多角形や平面図形で紙を切り出すことでモジュールを制作して立体図形を造形する方法はモジュラー切り紙と呼ばれている。その1つであると言える Holger Strøm によって設計された IQLight^[2]は、弾性のある樹脂の板から菱形を基本とした平面図形で切り出されたモジュールを組むことで立体図形のランプ・シェードを組み立てるシステムである。IQLight のモジュールは紙でも制作することができるシンプルな形である。また、1種類のモジュールによって少なくとも22種類の立体図形の造形が可能とされており、モジュラー切り紙の中でも造形できる立体図形の範囲が広く、優れている。

2.3.3 Slide-Together

Bridges 2004 において Mara Alagic と Reza Sarhangi によって披露され、George W. Hart によってウェブページ上に紹介されている Slide-Together^[3]は、紙から切り出したモジュールを組み合わせて立体図形を制作する方法である。モジュールが正多角形に規則的な切込みを入れることで設計されている点で Paohedra と似ている。しかし、モジュールの種類は7種類で、1種類のモジュールの組み合わせで1種類の立体図形を造形することしか紹介されていない。また、紙に切り込みを入れてモジュールを設計する方法を一般化した解説はされておらず、造形できる図形は7種類のみと非常に少ない。特に正方形の四辺に切込みを入れたモジュールは Paohedra モジュールを折らないでいる状態と似ているが、長方形の辺の比率や、辺に対する切り込みの角度が異なるために、Paohedra のような汎用性の高いモジュールではないと言える。

2.3.4 Wammy, Knüpferli

コクヨ株式会社の Wammy^[4]や Dusyma 社の Knüpferli^[5]という樹脂製の玩具は1種類のモジュールの組み合わせで可能な造形が豊富であり、モジュールを多面体の稜（辺）と対応させられる点で本研究との関わりが深い。稜に着目している構造は、計算幾何学において多角形モデルを表現するために使用される境界表現 (B-rep) である Winged-Edge データ構造を具現化していると言える。

しかし、これらのモジュールを制作するには、平面曲線によって切り出す工程だけではなく、立体的な継ぎ手の機構を必要とする。Paohedra モジュールは、Winged-Edge

データ構造を紙の切り出しのみ、あるいは切り出しと1度折り曲げることのみで実現していると言える。

2.4 Paohedra の設計

2.4.1 正六角形モジュールの設計と立体造形の試作

紙による多面体の造形の先行事例を考察する中で、布施知子の「かめのこ」というユニット折り紙作品に着目し、実際に作った（図9）。かめのこのモジュールのように、等脚台形や長方形を基本とした形を用いたモジュールを組み合わせることで、様々な星型多面体や星型多面体に類似した立体図形を表現できることに着目した。六角形の1つの対角線を折り曲げると2つの台形ができることを利用して、正六角形に継ぎ手部分を付け足したモジュール（図10）を制作し、立体図形を試作した（図11）。

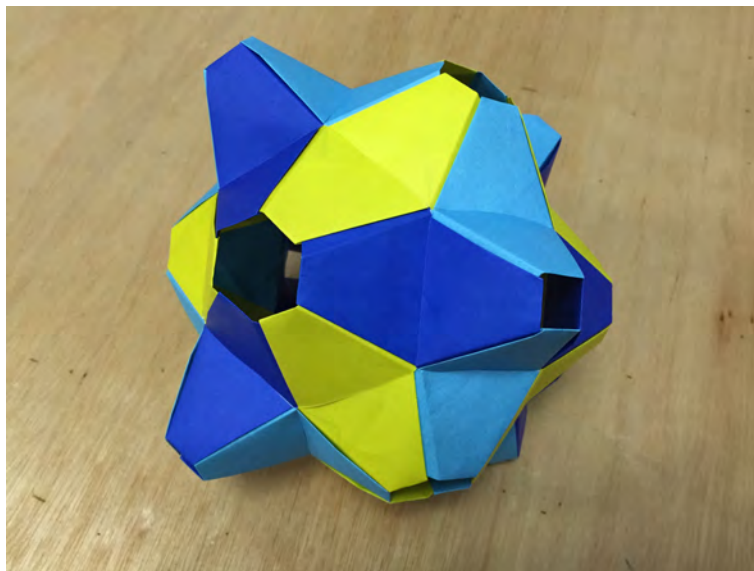


図9 かめのこ（切頂八面体）

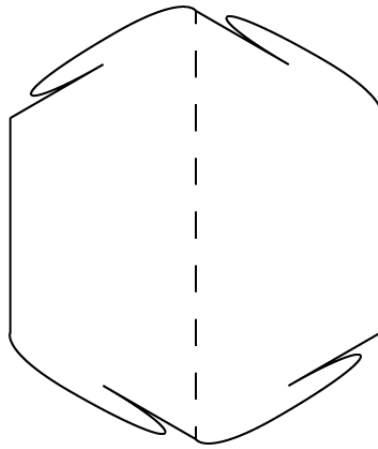


図 10 正六角形を変形させたモジュールの平面図。破線を折り曲げる

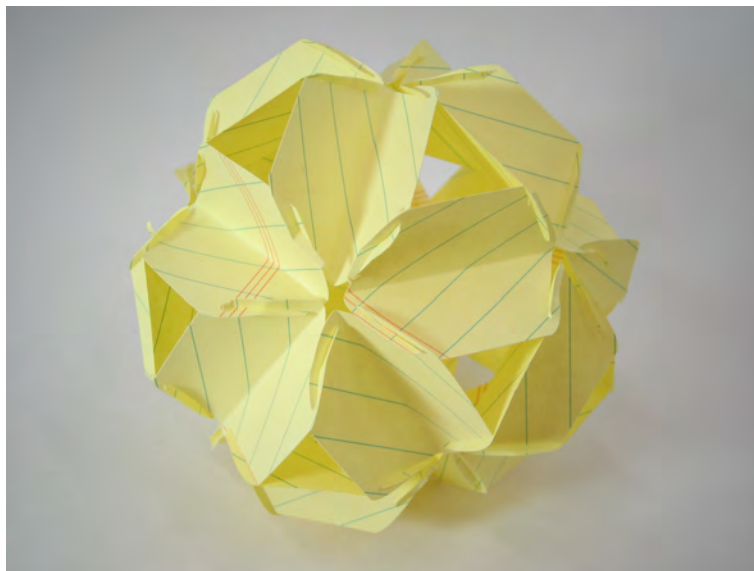


図 11 正六角形を変形させたモジュールによる立体図形の試作（紙）

2.4.2 正六角形モジュールの改善

正六角形に継ぎ手のための余白部分を足しただけの形では強度に欠けたため、正六角形を長方形で囲むような形を基礎にした図形に変形させた（図 12）。

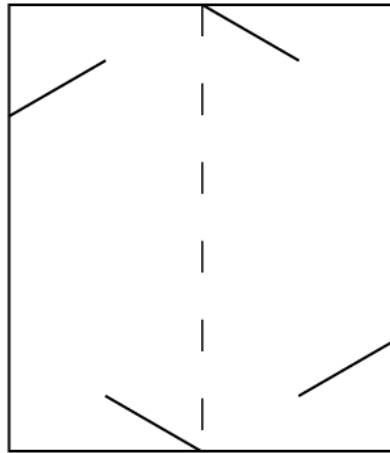


図 12 正六角形を元にした長方形のモジュールの平面図。破線を折り曲げる

更に，組み立てやすさと強度を増すために，角になっている部分に丸みをつけて，Paohedra モジュールが完成した（図 13）。

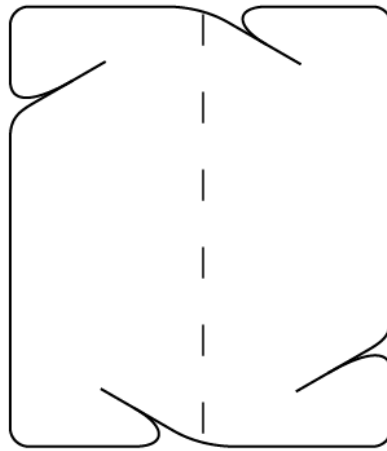


図 13 完成した Paohedra モジュールの平面図。

2.5 Paohedra による造形

レーザーカッターを用いて紙，ポリプロピレン板，段ボール，合板から Paohedra モジュールを切り出して造形した立体を紹介する。

2.5.1 モジュールを折り曲げる造形

多面体の稜を 1 つのモジュールの折り線と対応させると，辺（稜）の長さが等しい多

面体（整凸多面体）と対応する全ての立体図形を造形できる．表現できる全ての多面体は正多面体 5 種類，半正多面体 15 種類，ジョンソンの立体が 92 種類あるが，正多角柱や反正多角柱を含めると理論上無限種類になる．これらの形の中で，正多面体と一部の準正多面体を，レーザーカッターを使って実際に制作した（図 14，図 15，図 16，図 17，図 18，図 19，図 20，図 21，図 22，図 23，図 24，図 25，図 26，図 27，図 28，図 29，図 30，図 31）．図 14，図 15，図 20 から図 31 まではケント紙，図 16，図 18 はトレーシングペーパー，図 17 は紙ダンボール（4mm 厚），図 19 はポリプロピレン板（0.75mm 厚）を使った．



図 14 正四面体，切頂八面体と対応する立体図形（紙）



図 15 正八面体と対応する立体図形（紙）



図 16 立方体，切頂八面体と対応する立体図形（紙）



図 17 正十二面体，切頂十二面体と対応する立体図形



図 18 正二十面体と対応する立体図形（紙）

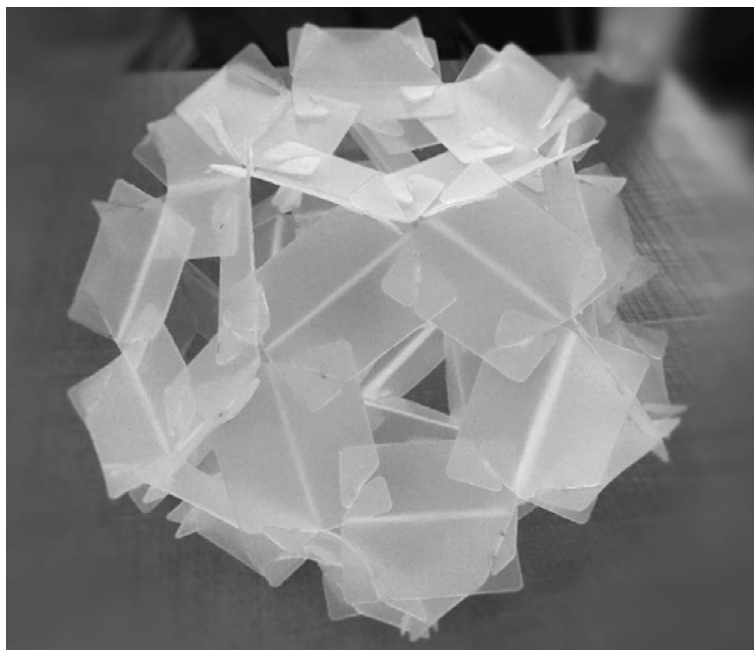


図 19 二十・十二面体と対応する立体図形（PP 板）



図 20 変形立方体と対応する立体図形（紙）

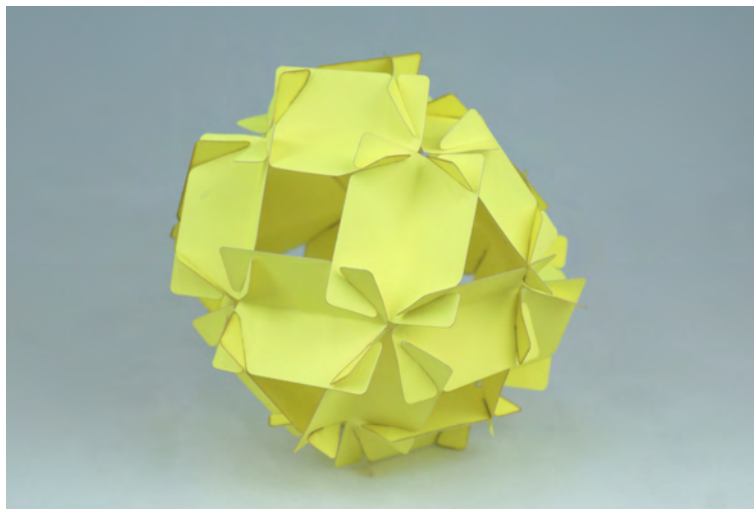


図 21 立方八面体

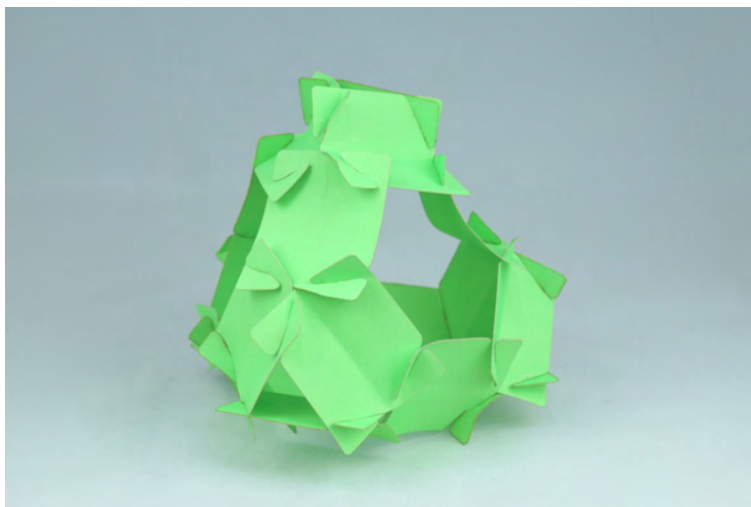


图 22 切頂四面体

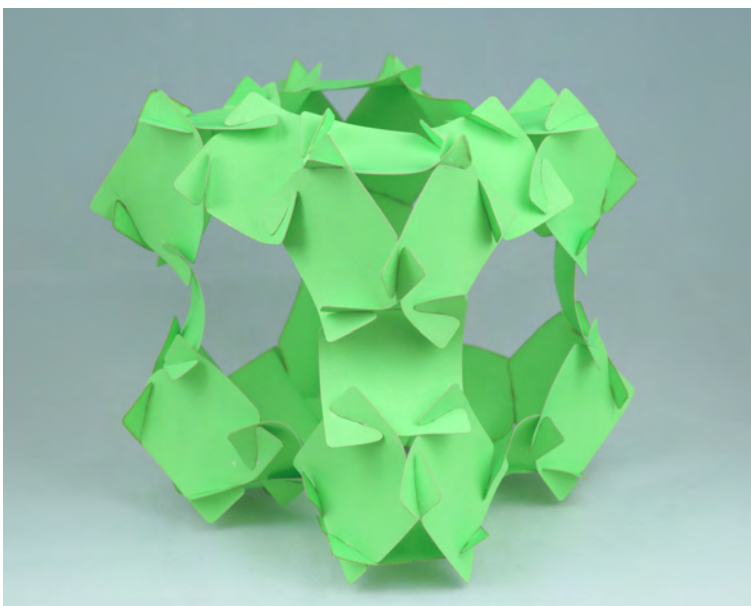


图 23 切頂六面体



图 24 正十二面体



图 25 斜方立方八面体



图 26 切頂八面体

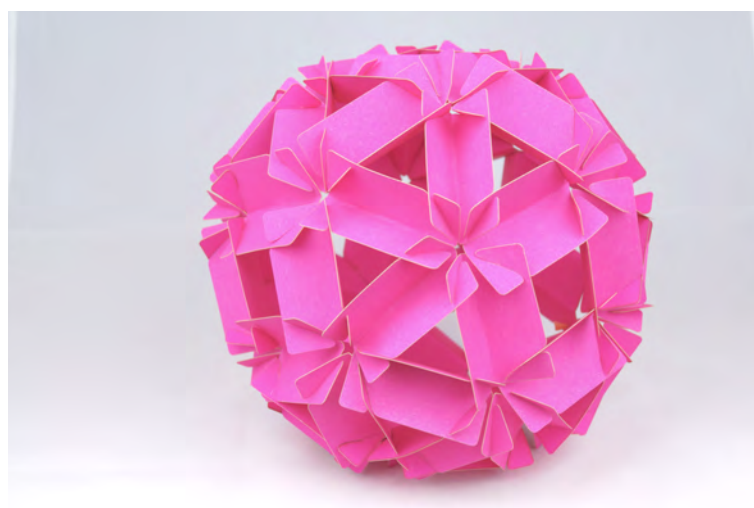


图 27 变形立方体

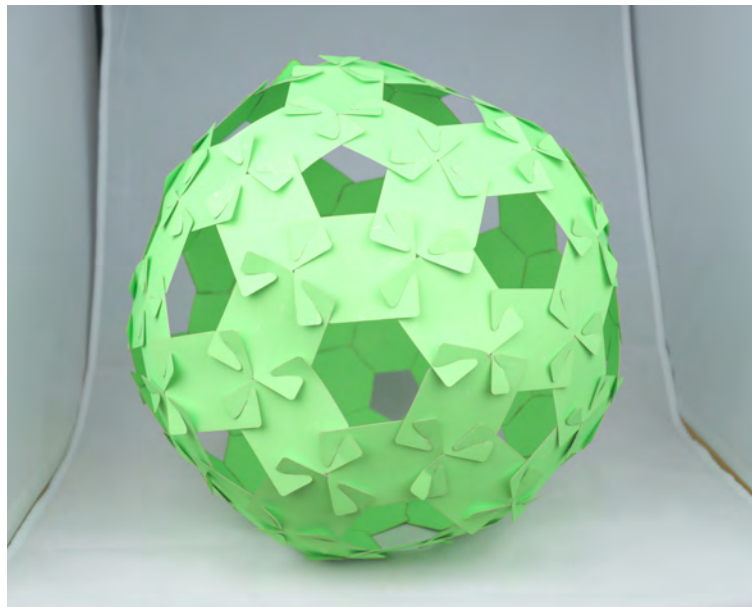


図 28 切頂二十面体（サッカーボール）



図 29 斜方切頂立方八面体



図 30 二十・十二面体



図 31 切頂二十面体

2.5.2 モジュールを折り曲げない造形

Paohedra はモジュールを折り曲げなくても造形可能な立体図形がある。折らなくても折り線部分は折り角度が 0° として、多面体の稜に対応することには変わりはない。

一方で、図 n の正四面体に対応する図形は、モジュールを折り曲げなければ正六角形の面が使われるため、切頂四面体と捉えることもできる。図 n は、1つのモジュールを稜と捉えれば立方体、面と捉えれば切頂八面体となる。同じく図 n は、正十二面体、切頂二十面体となる。この他正六角形の面を持つ多面体は、正六角形以外の部分がない図形として造形できる。この場合も、モジュールの対角線が多面体と対応している多面体と捉えることもできる。

2.5.3 硬い素材での造形

板金や合板など、紙よりも剛性の高い材料での造形に応用することは、折紙の数学の分野において剛体折紙と呼ばれ実用的な意義がある。例えば「ミウラ折り」は、人工衛星のソーラーパネルの配列を省エネルギーで効果的に折り畳み、展開するなどといった応用が研究されている。

そこで、4mm のシナ合板で立方体を造形した（図 32）。合板は組見立てる際の柔軟性が低いため、正六角形のベースは維持してモジュールを改良した。合板のモジュールは組み立てると非常に硬い構造物ができた。



図 32 合板で造形した立方体と対応する立体図形

2.5.4 Parametric Paohedra

Paohedra モジュールの縦横比や切れ込みの角度は調整をして試行錯誤したが、1種類のモジュールで造形するには正六角形を基本にした比率、角度が最も安定していると現時点では推測される。しかし、中心の折り線に相当する方向の長さをパラメトリックに

変形させればあらゆる多面体を表現できることが予測できた。その実証として若杉亮介（2015）は Paohedra モジュールをパラメトリック化するための設計ツール「Parametric Paohedra」を作成し、これによって Stanford Bunny を作った。

若杉はまず、Grasshopper 上で任意の多面体モデルを入力すると稜辺の長さのデータを抽出し、それぞれの長さに対応した長さの Paohedra モジュールの図形を出力する定義をつくった。次に、この定義にメッシュ数 100 の Stanford Bunny モデルを入力し、パラメトリックな Paohedra モジュールを生成した（図 33）。素材には画用紙を用いてレーザーカッターで画用紙から Parametric Paohedra モジュールを切り出し、全てのモジュールを組み合わせて Paohedra Stanford Bunny（図 34）を造形した^[6]。

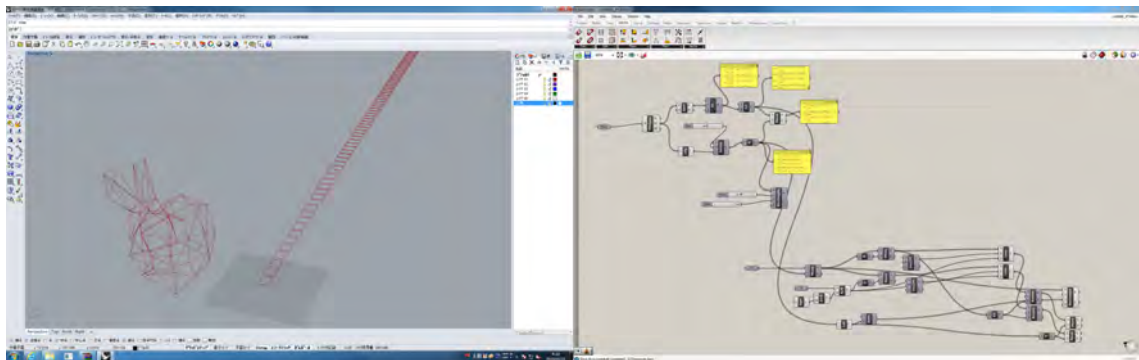


図 33 Grasshopper 上に実装された Parametric Paohedra



図 34 Parametric Paohedra Stanford Bunny
<http://fabble.cc/alizm/parametricxpaohedra>

2.6 Paohedra の考察とまとめ

従来の手法よりも簡単な方法で, Paohedra は1つのモジュールを稜としたときに, 多面体を作ること成功した. 材料の厚みを無視すればあらゆる整凸多面体を造形することができる. 逆に材料の厚みによる限界が作れる形の限界となる.

いくつかの多面体を数え上げたが, 全ての整凸多面体に対応する立体図形の造形を網羅することは難しい. 整凸面多面体とは, 正多面体, 準正多面体, ジョンソンの立体, 正多角柱, 正反多角中の全ての立体であるが, 正多角柱と正反多角柱が無限種類あるため, 紙の厚みを無視した場合は無限種類の多面体を造形できることになり, 厚みを考慮する場合にも限界まで数え上げるのは合理的な方法と言えないため, 論証的または計算幾何学的に解くことが望ましく, 課題が残っている.

Parametric Paohedra は, 任意のどんな多面体をも造形できると考えられるが, 本当に全ての箇所が破綻せずに Stanford Bunny が作れているか確証はなく, 引き続き一般化のための取り組みを継続する.

幾何学的な還元としては, 計算幾何学のデータ構造を無駄なく再現できていることと言える. Paohedra のような構造を考えることは, 多面体を定義するためのデータ構造について考えることにつながる. Winged-Edge データ構造は, 3つ以上の面が集まり辺を共有しているときに面, 辺, および頂点の形状と位相を明示的に表現する. 面は交差している辺(稜)の本来の方向に対して反時計回りに順序付けられる. Paohedra モジュールは, Winged-Edge データ構造をかなりシンプルに物質的に構成できている. つまり, 1つの辺を成す1つのモジュールが, そのモジュールと隣の辺と交差する角度は, モジュールの切れ込み部分の連結した時の交差の角度に相関する. そのモジュールを挟んでいる2つの面が交差する角度は, 折り目の角度と相関する. 多面体の面の形や頂点に交わる辺の数が決まれば, Paohedra モジュール同士の交差角度や折り目の角度が一意に決まる. Winged-Edge 式に Paohedra モジュールに時計回りの順序をつけることで, Parametric Paohedra の制作効率を上げることができると思われる.

その他の応用的な展望としては, シンプルな機構がスケラブルであることや, 曲げによる応力が力学的な安定性を高める性質を活用し, 硬い材料を用いた建築スケールの造形に応用することが挙げられる.

第3章 実践 2: 極小曲面編み

前章では紙などの平面（2次元）的なものづくりを通して離散的な概念である多面体についての実践を述べた。本章では、線（1次元）的な概念で捕らえることのできる紐や、紐の状態を変化させることで造形をする「編み」についての調査と実践について述べる。編み物に関する様々な面において幾何学的な要素が関係しており、多様なアプローチで実践を行った。編み物の研究の動機、紐や編み物の特徴や背景を説明し、最終的に行った「極小曲面編み」の実践の方法や数学することへの還元について説明する。

3.1 編み物と数学の研究の動機

編み物と数学の関係を探る私の実践はそもそも、マーガレット・ワーザイムの TED の映像を観たことから始まった。ワーザイムは、かぎ針編みがサンゴ礁にみられるような双曲幾何学的な複雑な曲率の形を造形できることに着目し、環境の悪化からサンゴ礁を守るための啓発としてかぎ針編みでたくさんのサンゴ礁を作るプロジェクトを行っている。また、珊瑚やウミウシが表している双曲幾何学とは何かについて理解するという目的も掲げており、まさに体験的な幾何学を実践しているといえる。

この編み物の活動は単にサンゴ礁を模倣するだけには留まらない。双曲幾何学が 19 世紀に発見されたとき、数学に大変革が起こった。ユークリッド幾何の公理を改編することで始まった新しい幾何学だった。しかし、数学者たちは双曲幾何学の形を 1997 年まで具体的に表すことはできなかった。1997 年にコーネル大学の数学者ダイナ・タイミナが双曲幾何学的な構造を編み物で再現できると発見した。タイミナは、双曲幾何学の再現は不可能だと信じてきた数学者たちの概念を覆す数学的構造を作り上げた。これは『体験する幾何学』でも紹介されている。ワーザイムは、数学者にとって双曲幾何学の構造を再現する唯一の方法はかぎ針編みで、コンピュータを含め別の方法で作るのはほぼ不可能だと主張する。双曲幾何における平面を柔軟に、且つ座標系的に表すことができるからだ。

3.2 編み物の背景

3.2.1 「編む」とは

編み物をする（作る）操作である「編む」とは、一般の国語辞典に次のように書かれている。

- ① 糸・竹・髪など細くて長い物を互い違いに組み合わせていって、まとまりのある形の物にする。

「長い髪を三つ編みに編む」「草で編んだ筵（むしろ）」

- ② 多くの材料を集めて、本を作る。

- ③ 関係各方面の事情を調べて、計画を立てる。

「一週間の番組を編む」

この実践では①の形をつくることについて述べていくが、「細くて長いもの」でも、編めない物もある。また、竹カゴ編みなどの硬い編み物と毛糸などでつくる柔らかい編み物は方法が異なる。前者は構造だけに注目すると「編む」というよりも「織る」という操作と言える。

「編む」ことや、編むための「細くて長いもの」について曖昧になっていることが多い。これらに妥当な意味付けを試みるところから編み物の数学をするべきないかと考えた。

3.2.2 繊維とは

編み物をする際には通常紐や糸といった「細くて長いもの」を使う。「細くて長いもの」の総称である繊維について、工業的な意味での「繊維」は、JIS（日本工業規格）では「糸、織物などの構成単位で、太さに比べて十分の長さを持つ、細くてたわみやすいもの」と定められている。ここでいう「十分な長さ」については、その直径に対して100倍以上の長さをいう。繊維工業の分野では、繊維を織ったり編んだりすることのできる「織り目」や「編み目」の種類を識別するための構成単位は「組織」と呼ばれている。

井上清博と相宅省吾は『繊維の数学』において、繊維を数学で扱うために6つの仮説（定義）を提案している。

- (1) 繊維は細くて長いものであって、引っ張ると寸法安定性（一定の長さ）があるが、縮めると点（または球）状になる。
- (2) 繊維はエネルギーを伝達することができる。例えば電気を伝える電線、光を伝える光ファイバー、力を伝えるベルト等々。
- (3) 繊維または繊維製品の上に情報を記憶させることができる。また、その情報を取り出すことができる。ビデオテープ、結び目、色彩をほどこし文様等を描くことができる。
- (4) 繊維のどの部分を切り取ってもやはり繊維である。すなわち位相形である。近年このような形のものを取り扱うのにフラクタル幾何学という学問が発達してきた。
- (5) 繊維は枝分かれすることができる。これにより網状のものから平面、立体が生まれる。
- (6) 繊維には“繊維波”とも名づけるべき波が生じる。この波が高分子を安定化し、さらに、しなやかだが強靱なロープや布が生まれる。

上記の提案に従うと、紐や糸も繊維として同一の性質の素材として扱うことができ、編み物の数学について考えるための土台が整えられる。しかし、このような繊維の特徴の中で、「編み」を特に意味づけるためにはさらなる考察が必要だと思われた。

3.2.3 繊維の数学 結び目理論

『繊維の数学』では、紐という誰もが見ることができ、触れて感動できる道具で、古代の数学から、フラクタル幾何学やコンピュータのアルゴリズムまでを統一的に理解できるような試みがされており、今後も編み物の数学の基礎づけを進めるために参照すべき文献である。

この本で紹介される「結び目理論」は、紐の結び目の記述をする位相幾何学の分野である（図 35）。結び目理論において「編み目」や「織り目」など、結び以外の紐の「組織」と呼ばれる記述ができないか調べようと試みた。そこで、「編み」や「織り」や「結び」などの本質的な差異は何かについて考察することにした。

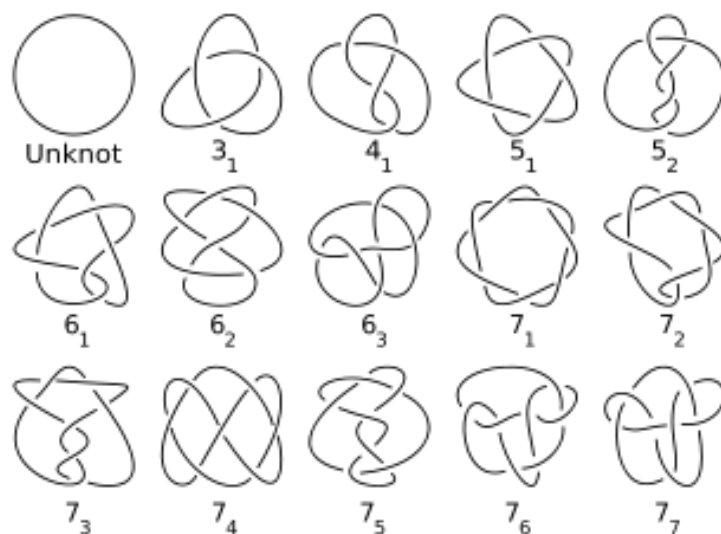


図 35 結び目理論による結び目の記述

3.2.4 編み・織り・結び

糸や紐を使った造形の手法は世界に数多くある。その中でもこの実践では1本の糸をループさせていくことで形をつくる「編み」に着目している。身の回りにある服や繊維製品などの布地は主に「織物」と「編物（編み物）」の2通りである。「編み」は「織り」とどのように識別できるであろうか。

特徴を考察していくと、編み物は1本の糸でループを作りながらループを結ばずに連続させていくことで形を作る。織物は縦糸と横糸を交差させることで形を作る。織物は縦糸と横糸の2種類の糸を用いて「1段」ずつ布地を作り上げるのに対し、編み物は1本の糸から作りあげることができ、編み目を作る要領で「1目」ずつ形を作っていくことが特徴だと言える。

「織り」と「編み」の違いは道具を使うか使わずにできるかという点だとする意見もある。編み物は基本的に糸さえあれば使用に耐えうる布はできる。しかし、織物は道具なしには強固な布は作ることはできない。また「織り」は制作も量産することも編みよりも容易であるため、広く工業的に作られてきた。

「編み」は他の手法とどのように区別されるかについては、一般的に通じる定義がない。考察をまとめると、次のようになる。複数の細いものの構成物のうち固いものに対して「織る」とは言わず「編む」が使われる。少なくとも「織り」は、経緯の糸から構成される。経緯の糸（ひも、竹など）から構成されていても、固いものや、機械を使わ

ず手で作れるものは編み物と言われる。

このように、編み、織り、結びなど紐の変形の操作を表す言葉は境界が曖昧であるが、これを数学的に定義できないか試みた。通常、結び目理論では紐の両端を閉じた場合の紐の重なり方について記述し、結び目を識別する。すると、結び目ではない編み目や折り目については識別できなくなってしまう。そこで、紐の両端の状態がどのようなときに、理論上の引っ張る力を加えた場合に、摩擦を考慮しなかった時、解（ほど）けるかあるいは解けないかという違いをもって、編みと織りと結びを意味づけることに取り掛かった。紐の端が固定されているというのは、その紐以外の物に固定して端が目の中を通らないような状態を想定する。そして、次のような定義を提案するに至った。

- (1) 編み目は、紐の両端が固定されていても、引っ張ることで解くことができる。
- (2) 織り目は、紐の両端が固定されている時には力を加えても解けないが、どちらか一方の端が固定されもう一方が自由な状態の時に、引っ張ることで解くことができる。
- (3) 結び目は、紐の両端が固定されている時には力を加えても解けず、端の一方が固定されもう一方が自由な状態であるときに力を加えても解けず、両端が自由な状態であるときにのみ2方向以上の力を加えることで解くことができる。

これらを触って確かめられる模型にした（図 36）が、このモデルは改良の余地がある。



図 36 編み目・織り目・結び目の意味を識別するための模型

このように分類すると、「マクラメ編み」や日本の伝統工芸「組み紐」は結び目に分類される特徴を持つ。髪を結う時にほどこす「三つ編み」は、織りに当てはまることが解る。これは数学では「組紐群」で記述されるものとなる。「編み」に関する方法や構造は様々なものがあったが、数学で定義することで分類することができた。

3.2.5 編みの種類

1本の糸でループをつくっていく編み物について数学的な定義をしたが、この編み目の分類に入る編み物の種類について、既存の方法を分類した（図 37）。

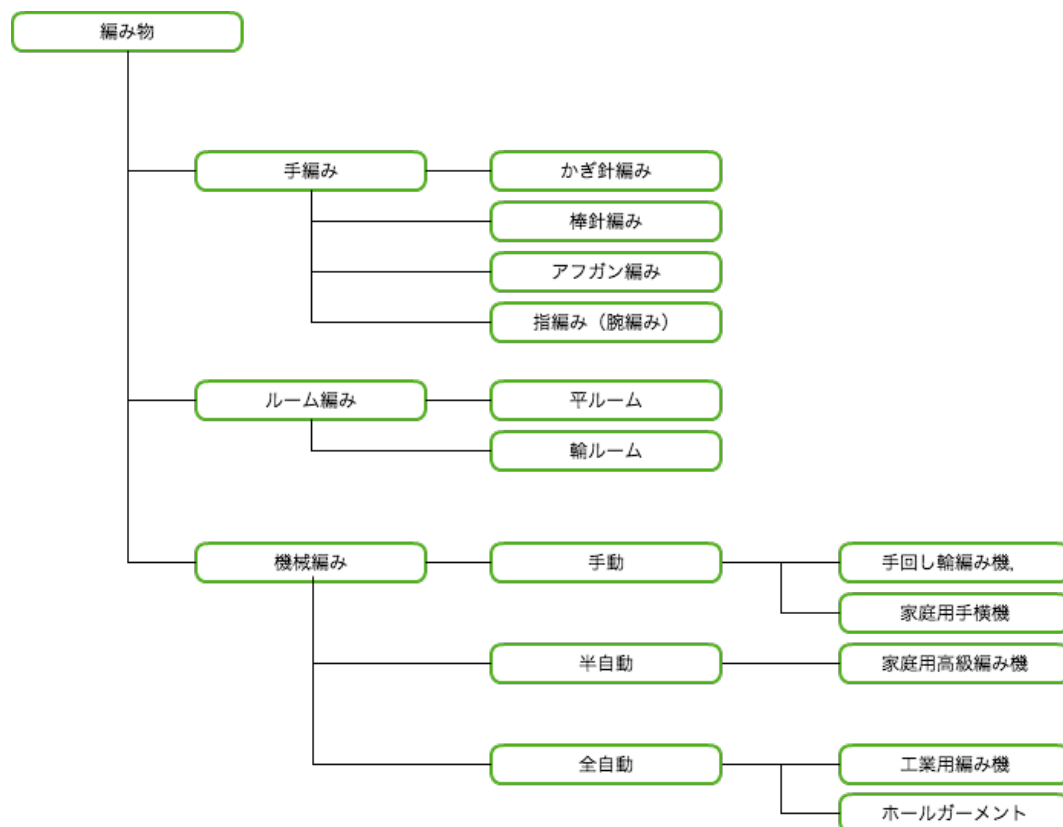


図 37 編み物の種類

編み物は道具の特徴によって大きく分けると「手編み」「ルーム編み」「機械編み」の3種類に分けられる。手編みには、1本のかぎ針を使う「かぎ針編み」、2本以上の棒針を使う「棒針編み」、アフガン針という針でかぎ針編みと棒針編みの両方の特徴を

持つ「アフガン編み」、道具を使わずに指（腕）のみで糸をかけていく指編み（腕編み）がある。

ルーム編みはルーム（機，はた）を使って編む方法である（図 38）。ルーム（loom）とは、機織りの機のこと、織物をつくるための道具・機械である。ルーム編みでは、編み物をつくるための道具ということである。ルームは、棒針のかわりに編みかけ（編み途中）の部分をつ引っ掛けておく枠の役割を果たすため、棒針編みで編む編み方を再現することができる。「リリヤン」と呼ばれる玩具は、その枠自体が「リリヤン」であると思われがちだが、この小さなルームによって編まれてつくられた紐（コード）のことを「リリヤン」と言う。

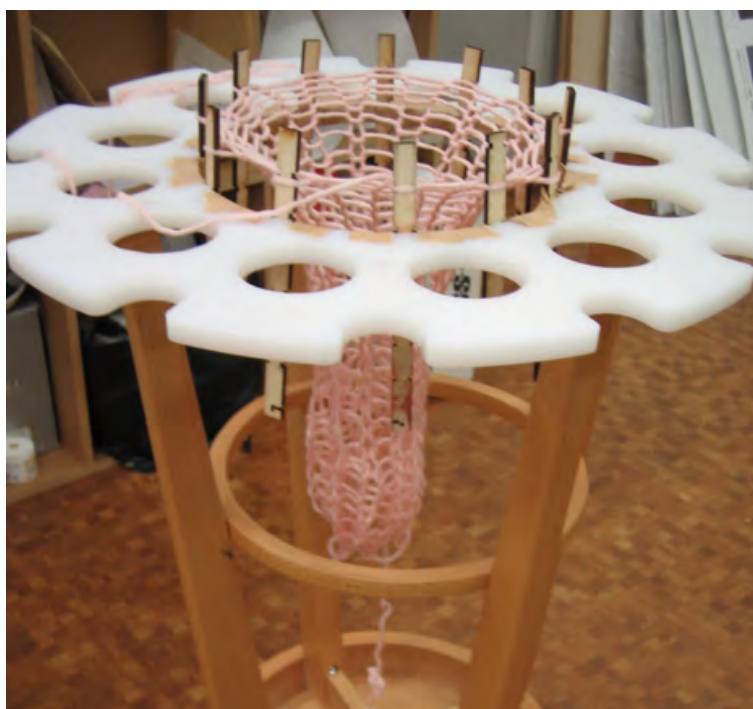


図 38 ルーム編み

機械編みには、人が力を加えて針を動かす手動のものと、人の動力と機械の針の制御で動く半自動のもの、電力とプログラムで制御される全自動のものがある。手動のものには、玩具メーカーから発売されているような手回しの簡単な輪編み機（図 39）や、平面の長方形の編地が作れる家庭用の手横機がある。



図 39 おもちゃの輪編み機

半自動のものには、かつてブラザー社やシルバー社から発売されていたような、手横機の機能を向上させた家庭用の編み機があったが、現在は全てのメーカーで生産終了した。開発の晩年である 90 年代～2000 年代には、パンチカードやコンピュータで制御して柄を作れるものもあった。家庭用編み機はかなり早い段階でデジタル・ファブリケーションを家庭や個人のものづくりに持ち込んでいた機械であった。



図 40 シルバーリード製 電子制御家庭用編み機

工業用編み機は、特定の編み布を大量生産するための機械と、汎用的な技術で1つの衣服を全自動で作るホールガーメントと呼ばれる機械がある。これらは非常に高度で精密な機械技術によって実現できているが、基本的には手編みでの棒針編みでできる物の再現しかできない。糸のテンションや針の角度を制御するための繊細なフィードバックが必要なかぎ針編みの自動機械はまだ存在しない。

以上の編み物の種類の中で、かぎ針編み、機械編み、かぎ針編みの構造に注目した数学的なデジタル・ファブリケーションの実践をしたので次から説明していく。

3.3 かぎ針編みの実践

ワーザイムやタイミナらの作例を参考に、まずかぎ針のこま編みという編み方で平らな円や双曲幾何学の形を編んでみることから、数学と編み物の実践的研究が始まった(図 n)。ここでは、この編み物をつくることを双曲幾何学編みと呼ぶことにする。こま編みとは、かぎ針編みで面を作っていく時にもっとも基本となる編み方で、編み目の縦と横の長さの比率はおおよそ 1:1 であるとして考えても良い。

3.3.1 かぎ針のこま編みの目の増やし方と形の対応に関する考察

双曲幾何学における平面を表せるような形は、ユークリッド平面においてはマイナス

のガウス曲率を持つ曲面となる．かぎ針編みには，端から反対の端へと編んで次の段に進んでいく平編みと，中心から1段編むごとに外側へ段を増やしていく輪編みがある．それぞれについて，段が変わるごとの編み目の増やし方の比率を変えると編まれた形の曲面の曲率に変化が出る．編み目の増減と形がどのような関係をもつか，実際に編んで考察した．

3.3.1.1 ユークリッド平面の円の目の増やし方



図 41 ユークリッド幾何での平らな円

平らな円を編むときの編み目の増やし方について数列の一般項は次のようになる．

$$a_n = a_1 n$$

例)	1 段目が 6 目の場合,	$(a_1 = 6 * 1 = 6)$
	2 段目...12 目	$(a_2 = 6 * 2 = 12)$
	3 段目...18 目	$(a_3 = 6 * 3 = 18)$
	4 段目...24 目	$(a_4 = 6 * 4 = 24)$
	5 段目...30 目	$(a_5 = 6 * 5 = 30)$

1 段目の目数である初項 a_1 が公差となり， n は段の値になる．すなわち，「 n 段目のと

き、 a_1n 目編む」ということになる。つまり最初の段で編んだ目の数を、段が増えるごとに足していけば良い単純な等差数列となっている。

3.3.1.2 双曲平面の場合の目の増やし方

ユークリッド幾何の中での平面の円を編む方法と同じ方法で、目の増やし方を変えるとガウス曲率がマイナスの双曲平面ができる（図 42）。ユークリッド平面の円が等差数列で目を増やしていくのに対して、双曲平面の編み目は等比数列のような倍率で目を増やしていくと作れる。例えば下にあるような一般項に従って作ることができる。 r は目を増やす倍率すなわち公比である。ただし r が1以下だと初項から増加しないので、 r は1より大きい数とする。

$$a_n = a_1 r^{(n-1)} \quad (r > 1)$$

例)	1 段目が 6 目で、 r が 2 の場合、	$(a_1 = 6 * 2^0 = 6)$
	2 段目...12 目	$(a_2 = 6 * 2^1 = 12)$
	3 段目...24 目	$(a_3 = 6 * 2^2 = 24)$
	4 段目...48 目	$(a_4 = 6 * 2^3 = 48)$
	5 段目...96 目	$(a_5 = 6 * 2^4 = 96)$

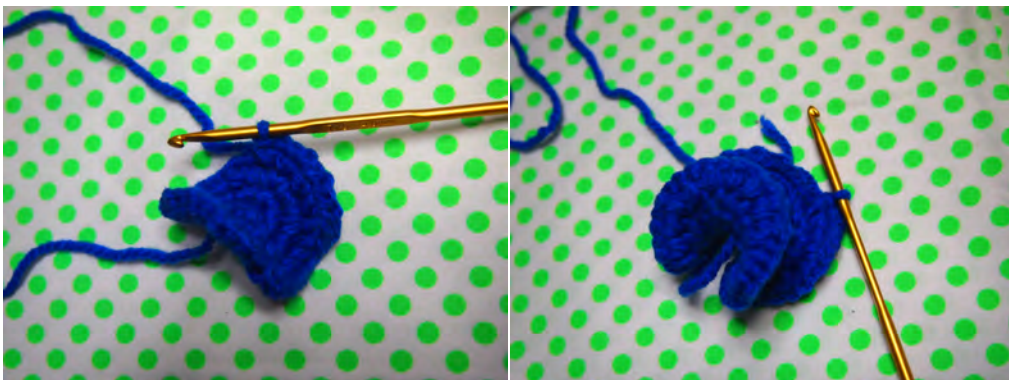


図 42 双曲平面



図 43 ヒダが多くなった双曲平面

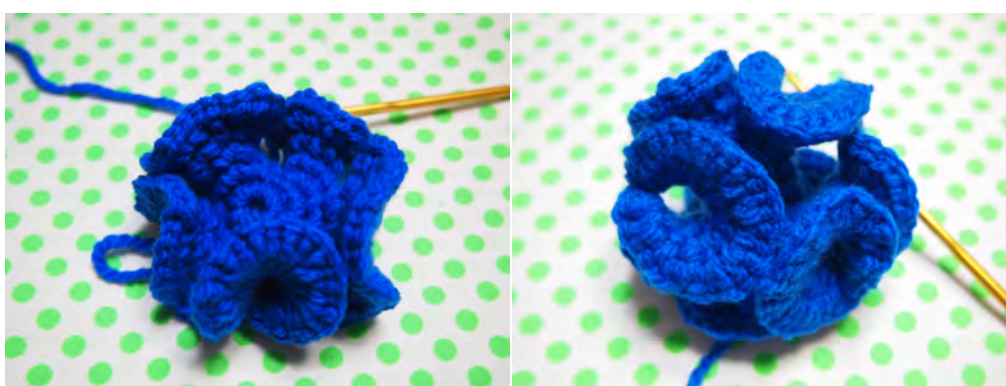


図 44 ヒダがさらに多かった双曲平面

これらを、双曲面の方程式を Mathematica でプロットした画像と比較すると似ていることがわかる（図 45）。

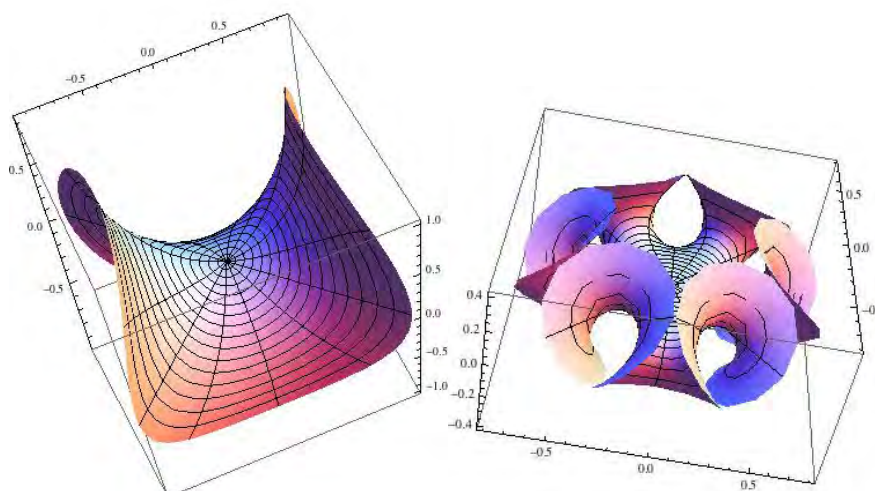


図 45 双曲面のシミュレーション

3.3.1.3 ユークリッド平面の長方形の目数の増やし方

ユークリッド平面の長方形を編むときは目を増減させずどの段も同じ目数で編む.

$$a_n = x$$

例)	1 段目が 6 目の場合,	$(a_1 = 6)$
	2 段目...6 目	$(a_2 = 6)$
	3 段目...6 目	$(a_3 = 6)$
	4 段目...6 目	$(a_4 = 6)$
	5 段目...6 目	$(a_5 = 6)$

3.3.1.4 常螺旋面の目の増やし方

ユークリッド平面における長方形を編む時の目の増し方を, 円と双曲面の関係のように増やすと, 常螺旋面 (図 46, 図 47) という形になった.



図 46 こま編みの常螺旋面

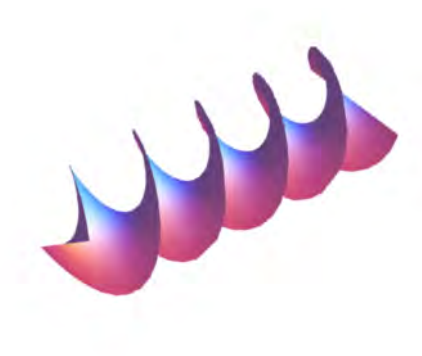


図 47 Mathematica での常螺旋面

$$a_n = a_1 r^{(n-1)}$$

例)	1 段目が 6 目で, r が 2 の場合,	$(a_1 = 6 * 2^0 = 6)$
	2 段目...12 目	$(a_2 = 6 * 2^1 = 12)$
	3 段目...24 目	$(a_3 = 6 * 2^2 = 24)$
	4 段目...48 目	$(a_4 = 6 * 2^3 = 48)$
	5 段目...96 目	$(a_5 = 6 * 2^4 = 96)$

3.4 機械編みの実践

家庭用編み機を使った、数学の編み物の実践も行った。1次元セル・オートマトンでパターンを生成することを応用して「Cellular Auto-muffler」というマフラーをつくった。編み機で編むためにマフラーの長さや幅、ルール番号を選んで編み図となる画像を生成するプログラムを Processing で実装した（図 48）。

セル・オートマトンとは、格子状のセルと単純な規則による、離散的計算モデルである。計算可能性理論、数学、物理学、複雑適応系、数理生物学、微小構造モデリングなどの研究で利用される。2次元の静止画像をつくるために1次元セル・オートマトンで描画した。生成した編み図を、編み機を操作するためのソフトウェア「DesignaKnit」で読み込み、シルバーリード製家庭用編み機「MyStudio4.5」と「Silver Link」を使ってリンクさせて編んだ（図 49）。

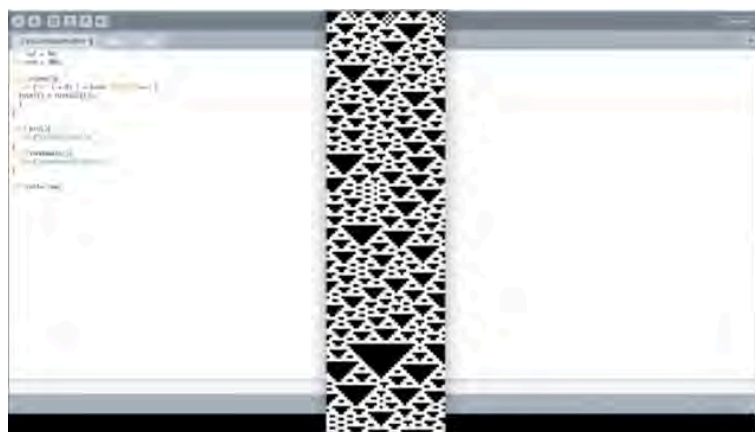


図 48 セル・オートマフラーの編み図生成プログラム



図 49 セル・オートマフラー

デジタル画像から編み物を編めることから、編み機がいかにデジタル・データで扱い易いデジタルなものであるかがわる。伸び縮みする紐は、連続的な物質だが、ここに編み目という単位を加えていくことで、計算できる物質になる。また、編み物が解きやすいということはデジタル・データの可逆性の概念とも関係している。これからのデジタル・ファブリケーションこそ編み物の可能性に目を向けていくべきである。編み物のデジタル・ファブリケーションは、体験的な数学に、直接結びついていくであろう。

3.5 極小曲面編みについて

中心から外側に広げて作っていく双曲平面の編み物をする中で、逆に外側から内側に向かって編んでいったらどうなるのかという疑問が浮かんた。そこで、立方体のフレームを作ってまず実験をしていたが、この編み物の制作が、数学における極小曲面を求める問題を説いていることに気づいた。

空間内に与えられた1つの閉曲線を境界とする曲面を極小曲面と言う。数学者のラグランジュが極小曲面を求める問題を提示し、物理学者のプラトーは石鹼膜の実験を行い、物理的に極小曲面を造形できることを示してこの問題を解いた。しかし、閉曲線の形状によっては、その閉曲線が持つ極小曲面は複数種類存在することが考えられる。交差する点や接する点などを持つ閉曲線はどの解を造形するか制御できない（図50）。

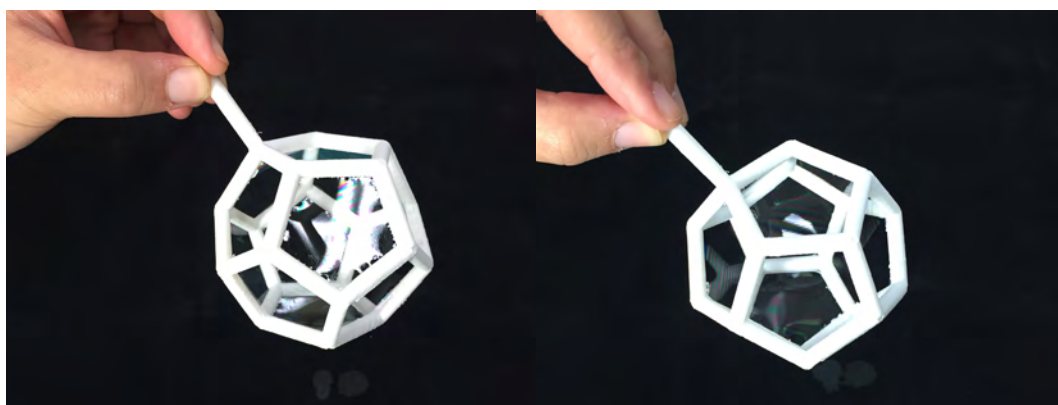


図 50 正二十面体の辺を境界に持つ極小曲面

以下では多面体の稜を通る閉曲線に対して、順序のパラメータを持つ回路を設計することで、一意の極小曲面を造形する方法を説明する。

多面体の枠となる硬い材料と、紐や糸を用いて極小曲面を造形する方法を述べる。こ

ここでは単管の枠の正八面体にてできる極小曲面の設計と造形について説明する。

3.5.1 多面体のグラフ化と始点・終点の決定

多面体の稜の部分を使い素材で造形し、枠を作る（図 51）。稜と頂点の関係をグラフ理論のように扱い、任意の 1 つの頂点を選び始点及び終点 ST とする。



図 51 正八面体の枠と始点（終点）ST

3.5.2 経路の設計

点 ST から出発し、いくつかの稜と頂点を通して点 ST に戻る回路を設計する（図 52）。

図 2 では $ST \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow ST \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow D \rightarrow C \rightarrow E \rightarrow D \rightarrow A \rightarrow E \rightarrow ST$ の回路を設計した。

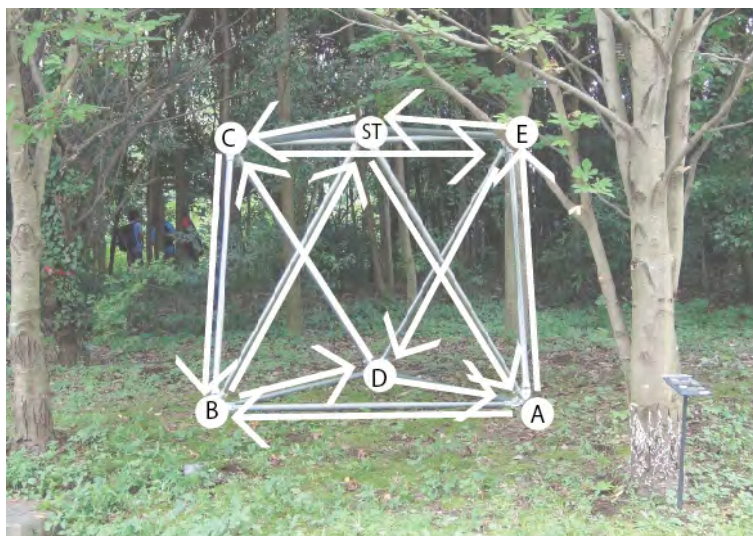


図 52 回路の設計

3.5.3 かぎ針編みでの造形

設計した回路の順序に沿って、紐または糸をかぎ針編みの要領で剛体の枠に編み付け、回路を一周する。この時、紐や糸の張力が吊り合うように一定の力をかけながら編む。次の段はその内側に、その次の段はさらに内側にと、順に内側に向かって造形する（図 53）。



図 53 かぎ編みの造形

3.5.4 張力をかけて編む

出来る限り一定の張力を正八面体の中心部分に向かってかけながら、中心部分まで紐の編みを造形し終わると、最初に設計した回路をエッジとした時に内側に張る最小の面積の曲面、極小曲面の編みの形状ができる（図 54）。



図 54 完成した極小曲面

3.6 その他の極小曲面編みの造形作品

正八面体の他にも極小曲面編みの制作をした（図 55, 図 56, 図 57, 図 58, 図 59, 図 60, 図 61）．以下に紹介する．



図 55 正八面体の縮尺模型

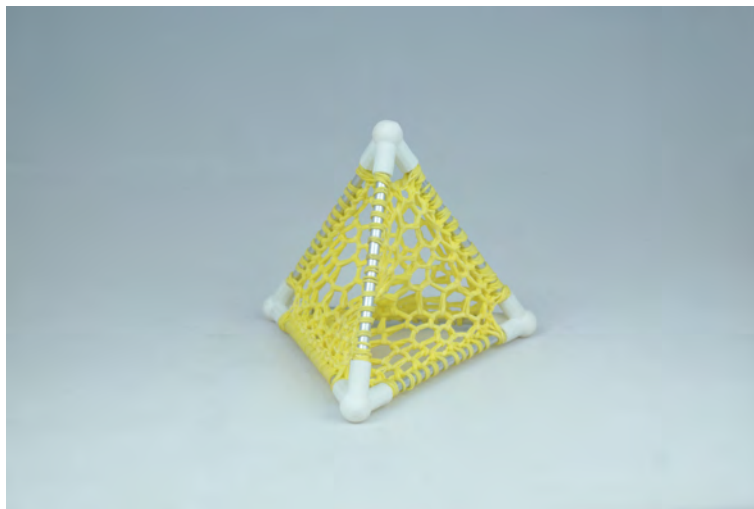


図 56 正四面体の 6 辺を境界にもつ形

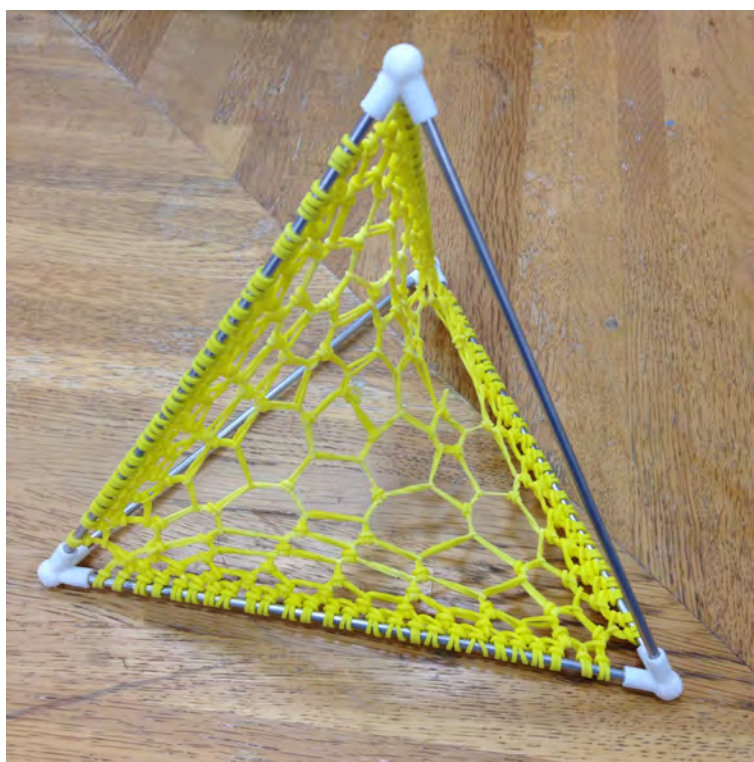


図 57 正四面体の 4 辺を境界に持つ形



図 58 正四面体 6 辺と内側に境界を持つ形

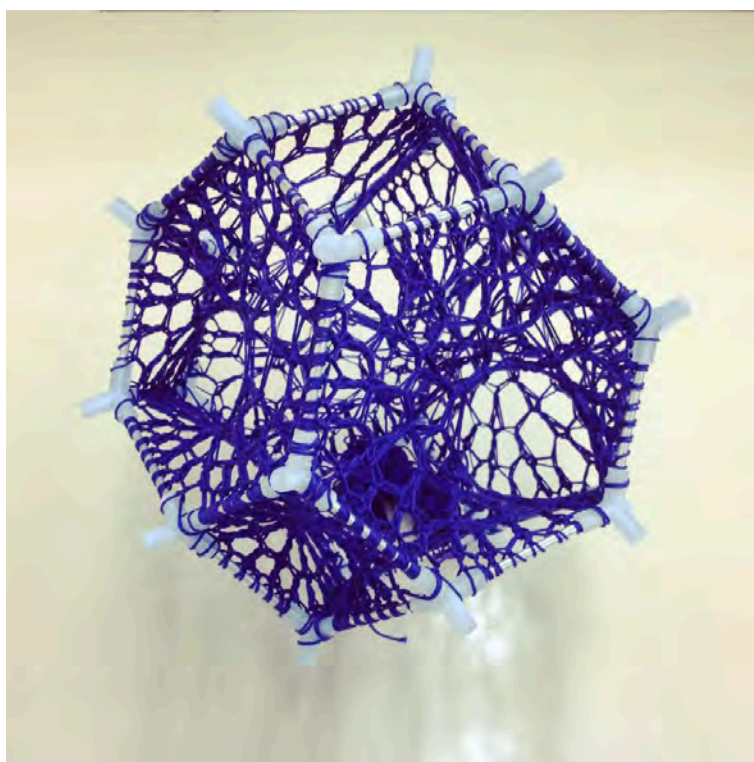


図 59 切頂八面体のすべての辺を境界に持つ形



図 60 立方体 12 辺を境界に持つ形

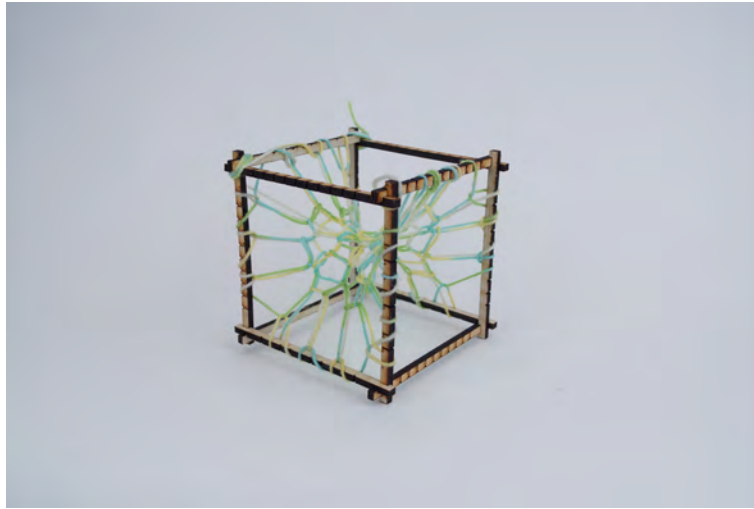


図 61 立方体の 8 辺を境界に持つ形

極小曲面に漆を塗って固める実験も行った（図 62, 図 63）．図 63 は，図 61 の中心部を固めて枠から取り外したものである．



図 62 立方体の編みに漆を染み込ませたもの



図 63 漆で固めて枠から取り外したもの

3.7 極小曲面編みの考察

任意の境界（縁）から出発し、内側に向かって一定の力をかけて編んでいくことで、極小曲面を求めることができた。編み物は、双曲平面を具体化することに成功し幾何学に影響を与えたが、双曲幾何学の他にも極小曲面を求める問題のようにさまざまな分野の幾何学の具体化に寄与する可能性がある。

編み物で実際に極小曲面作ってみることでわかったことは、編み物は石鹼膜よりも多くの解（形）が導けるということである。石鹼膜のように、境界に方向付けの定義がされていない状態で、一瞬で形を作り出す方法では、作れない形がある。しかし、編み物の作り方で説明したように、境界に方向や順序（通り道）の情報を定義づけることで、徐々に内側に形を作っていく、一意的な形に定めることができる。

双曲平面を作るときにも、極小曲面を作るときにも、編み物はまるで細胞が徐々に育っていくかのように、編み目という単位を増やしていくことができる。これは、デジタルという離散的な世界と、物理的な世界を行き来するためのヒントになるのではないかと思われる。故に、編み物とデジタル・ファブリケーションの研究は、今後も取り組みを続けて探究を深めていきたい。

第4章 おわりに

4.1 2つの実践の考察と展望

今回の大きな2つの実践では、実際に作る前にはわからなかったが作る体験を通してわかったことがある。Paohedra では、計算幾何学のデータ構造の理解が深まった。これは今のところ私個人の理解の助けになっただけにすぎないかもしれない。しかし、編み物の実践ではそれ以上の収穫があったと言える。双曲幾何学の構造を具体的に作れる編み物は、生物の成長過程など、実世界の自然のメカニズムに迫れるような複雑性をもっている。これは、物質でもあり概念ともなる「紐」について、さらに多角的で深い研究をしていくべきであることを示していると言えよう。

4.2 数学とデジタル・ファブリケーションに必要なこと

これからの数学とデジタル・ファブリケーションの実践には、編み物に特に注目していくべきであることを語ってきた。そこには、紐の統一的な記述言語であり、デジタル・ファブリケーションの技術とも互換性のある「K-コード」というものをつくる必要があることについて言及しておきたい。結び目理論など今までの数学では表現しきれなかった紐の状態を、デジタル工作機械に使われている「Gコード」のように記述したい。

参考文献

- [1] Susan Carey, “Bootstrapping & the Origin of Concepts”, (2004).
- [2] デビッド・W・ヘンダーソン+ダイナ・タイミナ, “体験する幾何学”, ピアソン・エデュケーション, (2010).
- [3] 森田真生, “数学する身体”, 新潮社, (2015).
- [4] Sylvia Libow Martinez+Gary Stager, “作ること学ぶ——Makerを育てる新しい教育のメソッド”, オライリージャパン, (2015).
- [5] The Bridges Organization, “The Bridges Organization - Bridges 2016”, <http://www.bridgesmathart.org/>, (参照 2016-1-19).
- [6] 形の科学会, <http://katachi-jp.com/>, (参照 2016-1-19).
- [7] 日本図学会, “日本図学会 トップページ”, <http://www.graphicscience.jp/home/index.shtml>, (参照 2016-1-19)
- [8] 日本テセレーションデザイン協会, “日本テセレーションデザイン協会” <http://www.tessellation.jp/>, (参照 2016-1-19) .
- [9] 時枝正, “Tadashi Tokieda”, <https://www.dpmms.cam.ac.uk/~tokieda/>, (参照 2016-1-19).
- [10] 前川淳, “前川淳 折り紙&かたち散歩”, <http://origami.asablo.jp/blog/>, (参照 2016-1-19) .
- [11] EU・ジャパンフェスト日本委員会事務局, “EU・ジャパンフェスト _ プログラム”, <http://eu-japanfest.org/n-program/2010/06/bridges2010.html>, (参照 2016-1-19)
- [12] 宮崎興二, “多面体と建築”, 彰国社, (1979).
- [13] 宮崎興二, “建築のかたち百科”, 彰国社, (2000).
- [14] 大嶋泰介, “Computation and Fabrication of Soft wood objects”, (2011).
- [15] 布施知子, “折ってなるほど! ゆかいな多面体 (Heart warming life series)”, 日本ヴォーグ社, (2005), 52-65.
- [16] 株式会社ピーオーエス, “IQlight® のバリエーション”, <http://www.iqlight.com/jp/variations.php>, (参照 2015-9-18) .

- [17] George W. Hart, “ Slide-Together Geometric Constructions ” ,
<http://www.georgehart.com/slide-togethers/slide-togethers.html>, (参 照
 2015-9-18) .
- [18] KOKUYO Co.,Ltd, “ ひらめきブロック・Wammy[ワミー] - ひらめき商品 -コク
 ヨ ステーションナリー”, <http://www.dusyma.de/company.html>, (参照 2015-9-18).
- [19] Dusyma, “ History - Dusyma Kindergartenbedarf GmbH ” ,
<http://www.dusyma.de/company.html>, (参照 2015-9-18).
- [20] 若 杉 亮 介 , “ Alizm_Parametric Paohedra _ Recipe ” ,
<http://fabble.cc/alizm/parametricxpaohedra>, (参照 2015-9-18).
- [21] マーガレット・ワーザイム, “マーガレット・ワーザイム： 珊瑚と かぎ針編みに
 見 る 美 し き 数 学 の 世 界 _ TED Talk _ TED.com”,
https://www.ted.com/talks/margaret_wertheim_crochets_the_coral_reef?language=j
 a, (参照 2016-1-18).
- [22] Institute For Figuring, “Crochet Coral Reef”, <http://crochetcoralreef.org/>, (参照
 2016-1-19).
- [23] 山田忠雄+柴田武+酒井憲二+倉持保男+山田明雄, “新明解国語辞典” 第六版, 三省
 堂, (2005).
- [24]
- [25] 組紐・組物学会, “組紐・組物学会”, <http://www.kumihimo-society.org/>, (参照
 2015-9-18).
- [26] 井上清博+相宅省吾, “繊維の数学”, ティビーエスブリタニカ, (2002).
- [27] 日本数学会, “岩波数学辞典” 第4版, 岩波書店, (2007), 1319.
- [28] 小 磯 深 幸 , “ 曲 面 の 変 分 問 題 — 極 小 曲 面 論 入 門 — ,
http://www.jst.go.jp/crest/math/ja/suugakujuku/archive/text/3_Koiso_text.pdf, (参
 照 2015-9-18) .
- [29] 繊維学会, “やさしい繊維の基礎知識”, 日刊工業新聞社, (2004).
- [30] 日本繊維技術士センター, “繊維の種類と加工が一番わかる(しくみ図解)”, 技術評
 論社, (2012).
- [31] Daina Taimina, “Crocheting Adventures with Hyperbolic Planes”, A K Peters/CRC
 Press, (2009).

- [32] Sarah-Marie Belcastro, Carolyn Yackel, “Making Mathematics with Needlework: Ten Papers and Ten Projects”, A K Peters/CRC Press, (2007).

研究業績

- I. 佳作「パーソナル・ビルドできる建築」，コロキウム形態創生コンテスト 2015,
日本建築学会 構造形態創生小委員会
- II. 講演発表「1 種類のモジュールで多面体を造形するシステム『Paohedra』」，2015
年度秋季大会，日本図学会
- III. 講演発表「プラトー問題をかぎ針編みで解く」，2015 年度秋季大会，日本図学会
- IV. 優秀賞「多面体極小曲面」，第 9 回デジタル・モデリング・コンテスト (2015),
日本図学会

謝辞

研究助成について

この卒業プロジェクトは、グリー株式会社取締役副会長 山岸広太郎氏の寄付による SFC の卒業プロジェクトの支援を目的とした「山岸学生プロジェクト支援制度」で 2015 年度に採択され、助成を受けました。加えて、2012 年度に行った実践においては城南信用金庫の寄付による教育奨励基金「学習・研究奨励金」からの助成を受けました。大きなものづくりの研究をする上では本などの情報 資源に加えて、材料や機材など物質的な資源への費用がかかります。このような研究をする個人の学部生には、上記のような学部生のための支援の機会がなくては成し遂げることはできませんでした。支援制度によって多くのチャレンジをさせて下さった皆様に心より感謝の意を表します。

そこで、この場を借りて SFC の研究支援制度に関する提案を申したいと思います。少なくとも第 3 章の極小曲面編みの遊具に関しては、現在の調査報告では重複する先行技術が一切無いため、製品化を検討しております。起業に関するサポートは SFC-IV で行えるそうです。しかし、ビジネス目的の他に研究費用を工面したり研究活動を維持したりするための知的財産権運用や事業化のサポート体制については検討の余地があるように思われます。今後一層学生が円滑に自給自足しながら研究を行えるようなシステムが整えられることを願っている旨を SFC に関係する皆様にお伝え申し上げます。

お世話になった方々へ

この卒業プロジェクトをまとめることができたのは、田中浩也研究会があっただけですが、そもそも田中研を知ったのは SFC に入学する直前でした。田中先生が MIT に訪問研究員として滞在している 2010 年に、矢上キャンパスの学生たちと MIT を訪れ、研究者たちをインタビューした時のことです。これから FabLab の活動を初めようとしている話を田中先生から聞いて興味を持ち、約 1 年後の 2011 年田中研の門をたたきました。田中研では SFC での多くの時間を過ごし、先輩や先生方からたくさんの指導をいただきました。途中 1 年半ほど休学しましたが、それでもどうしても編み物やものづくりの研究がしたくてまた戻り、最終的に卒業プロジェクトとしてまとめることができ

たのは喜ばしい限りです。田中研で2012年以降に編み物のプロジェクトと一緒に取り組んで下さった芹澤さんと廣瀬さん、数学や工学のことを教えて下さった大嶋さんには大変お世話になりました。また、金崎さん、宇田さん、中村さん、富中さん、升森さん、関島さん、浅倉さん、森川さん、大庭さん、浅野さん、深井さん、磯野さん、田岡さんは制作時や撮影、展示に協力して下さいました。若杉亮介さんは本プロジェクトのPaohedraを応用することで、Paohedraの展開に関する実例として多大な貢献をして下さいました。2015年8,9月に主に田中研建築プロジェクトにて指導をして下さった益山先生には、このプロジェクトの応用部分について助言していただきました。歴代の田中研とFabLabの皆様、田中浩也先生に心より御礼申し上げます。

2012年の春と一緒に家庭用編み機の研究をした宮田明日鹿さんは、現在では編み機アーティストとして「宮田編機」の活動を広げておられます。同時期に出会った蓮沼千紘さんは、ニットのプロとして編み物のあらゆるアドバイスやインスピレーションを下さり、主催するブランド「an/eddy」は大躍進されています。お二方と一緒に活動できたことで、編みの世界をより深く知ることができました。

制作過程においては上野太郎さん、荒木さん、ものづくり工房の柿崎さん、菊川さん、堀田さんに多くの支援とご指導を頂きました。卒業プロジェクトの方向性に関しては杉本賢司先生、鳴川肇先生にご助言頂きました。

2015年度にはこの卒業プロジェクトの実践部分について2篇の論文にまとめ、日本図学会秋季大会にて講演発表を行うことができました。文部科学省COIプロジェクト研究員の太田さんと常磐さん、SFCライティング・リサーチ・コンサルタントの皆様、日本図学会の会員の皆様には論文投稿にあたりサポートをしていただきました。

日本建築学会構造形態創生小委員会のコロキウム形態創生コンテスト2015においては、第3章の極小曲面編みの遊具を提案し、賞には届かずとも佳作に選ばれました。この年、同じ作品を多くのアートコンテスト、デザインコンテストに応募しましたがほとんど評価されない結果となりました。その中で、コロキウムでは審査員や事務局の複数の先生方に鼓舞していただき、今後この卒業プロジェクトの建築分野への応用について真剣に検討していくことに前向きになることができました。

直接的な卒業プロジェクトの研究活動の他にも多くの方にお世話になりました。今井むつみ先生、三次先生とAuto-IDの皆様、清水唯一朗先生、前谷有紀先生、内村直之

先生，小野田先生，他全ての大学時代での学びがあって，この卒業プロジェクトにつながりました．一番面白かったのは強烈な友人，先輩，後輩たちに会えたことです．仲良くして下さった 2010 年度 9 月入学，4 月入学の皆様，かもめハウスという不思議なコミュニティに集まっていた皆様，MMM の先輩方，楽しかったです．ポスター等の英語の執筆については山下真裕さん，樽松永倫さん，伊藤恵理さん，徳平幹子さんらにアドバイスをいただきました．これからも仲良くしてください．SFC 入学以前には，数学の石川光顕先生，大越英典先生，図工の瀧田節子先生に大変お世話になり，SFC 入学後も応援していただけたことがあって今につながっています．関わって下さった皆様に感謝の気持ちを申し上げます．

付録

メディア掲載

- “マツコの話法から IoT まで！慶応 SFC 展 - デイリーポータル Z：@nifty”
http://portal.nifty.com/kiji/151209195240_1.htm
- “「100 年後の社会をつくること」を志す慶応大学 SFC 生の研究発表 ORF へ行ってきた - /M”
<http://www.slash-m.jp/gazette/sfcorf/>

デジタル・ファブリケーションのデータ共有サイトでのデータ配布

- Thingiverse <http://thingiverse.com/paojo>
- SketchFab <http://sketchfab.com/paojo>
- Fable <http://fable.cc/paojo>

活動記録・資料

- Project for FabLab <http://web.sfc.keio.ac.jp/~t10544nt/fablab/>
- Intro to FabLab <http://web.sfc.keio.ac.jp/~t10544nt/introtofablab/>
- Paohedra <http://web.sfc.keio.ac.jp/~t10544nt/paohedra/>

映像資料

- How to Make Your Own Cellular Automuffler <https://youtu.be/WL-cbaeMaWs>
- スタンフォードバニーを編む <https://www.youtube.com/watch?v=2OYaXM9T4bo>
- 極小曲面編みジャングルジム <https://www.youtube.com/watch?v=ViGY9YBFves>